



Simulare pentru EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2015

Probă scrisă la matematică

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.
- La toate subiectele se cer rezolvări complete.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Se consideră o progresie aritmetică $(a_n)_{n \geq 1}$ în care $a_4 - a_2 = 4$ și $a_1 + a_3 + a_5 + a_6 = 30$. Calculați suma primilor șapte termeni ai progresiei.
- 5p 2. Determinați coordonatele vârfului parabolei asociate funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 4x^2 - 8x + 1$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale pozitive ecuația $\lg^2 x + 5 \lg x - 6 = 0$.
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să aibă suma cifrelor 8.
- 5p 5. Determinați numărul real a pentru care vectorii $\vec{v}_1 = 2\vec{i} + \vec{j}$ și $\vec{v}_2 = a\vec{i} + 6\vec{j}$ sunt coliniari.
- 5p 6. Se consideră triunghiul ABC cu $AB = 5$, $BC = 7$ și $AC = 8$. Calculați măsura unghiului A .

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră mulțimea de funcții $G = \{f_{a,b}: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \mid f_{a,b}(x) = ax + b, a \in \mathbb{R}^*, b \in \mathbb{R}\}$.
- 5p a) Arătați că $f_{a,b} \circ f_{c,d} = f_{ac, ad+b}$, unde „ $\circ$ ” este compunerea funcțiilor, iar $a, c \in \mathbb{R}^*, b, d \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Calculați $f_{-1,2} \circ f_{-1,2}$, „ $\circ$ ” fiind compunerea funcțiilor.
- 5p c) Demonstrați că $f_{1,0} \circ f_{a,b} = f_{a,b} \circ f_{1,0} = f_{a,b}$, pentru orice $f_{a,b} \in G$, „ $\circ$ ” fiind compunerea funcțiilor.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = \sqrt[3]{x^3 + y^3}$.

- 5p a) Verificați că legea „ $*$ ” este asociativă.
- 5p b) Găsiți două numere iraționale α și β pentru care $\alpha * \beta$ este număr rațional.
- 5p c) Aflați numărul real a astfel încât $\underbrace{a * a * \dots * a}_{\text{de 8 ori}} = 4030$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f : (-1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1+x}{x^2+1}$.

5p a) Calculați $\int (x^2+1)f(x)dx$.

5p b) Calculați $\int \left[\frac{1}{f(x)} - \frac{2}{x+1} \right] dx$.

5p c) Arătați că $F : (-1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = \arctg x + \frac{1}{2} \ln(x^2+1)$ este o primitivă a funcției f .

2. Fie funcțiile $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \ln(x^2+4)$ și $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = x \ln(x^2+4) + 4 \arctg \frac{x}{2} - 2x + 3$.

5p a) Calculați $\int e^{f(x)} dx$.

5p b) Arătați că funcția F este o primitivă a funcției f .

5p c) Determinați primitiva $H : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ a funcției f pentru care $H(0) = 1$.