

Examenul de bacalaureat național 2015

Proba E. c)

Matematică *M_șt-nat*

Model

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Calculați suma primilor trei termeni ai progresiei aritmetice $(a_n)_{n \geq 1}$, știind că $a_1 = 3$ și rația $r = 2$.
- 5p 2. Determinați coordonatele vârfului parabolei asociate funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + 2x - 2$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x^2 - 4x + 5} = 1$.
- 5p 4. Determinați numărul submulțimilor cu trei elemente ale mulțimii $\{1, 2, 3, 4, 5\}$.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,3)$, $B(-2,1)$ și $C(-2,5)$. Determinați lungimea vectorului \overline{AM} , știind că M este mijlocul segmentului BC .
- 5p 6. Calculați $\operatorname{ctg} a$, știind că $\sin a = \frac{1}{3}$ și $a \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(x) = \begin{pmatrix} 2 & x \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
- 5p a) Calculați $\det(A(3))$.
- 5p b) Arătați că $A(-2015) + A(2015) = 2A(0)$.
- 5p c) Determinați numerele reale x pentru care $\det(A(x)) = x^2$.
2. În $\mathbb{Z}_5[X]$ se consideră polinomul $f = X^3 + aX$, unde $\mathbb{Z}_5 = \{\hat{0}, \hat{1}, \hat{2}, \hat{3}, \hat{4}\}$ și $a \in \mathbb{Z}_5$.
- 5p a) Calculați $f(\hat{0})$.
- 5p b) Determinați $a \in \mathbb{Z}_5$, știind că $f(\hat{3}) = \hat{3}$.
- 5p c) Arătați că, dacă $f(\hat{1}) = f(\hat{2})$, atunci $f(\hat{3}) = f(\hat{4})$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x + \ln x}{x}$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = \frac{1 - \ln x}{x^2}$, $x \in (0, +\infty)$.
- 5p b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x_0 = 1$, situat pe graficul funcției f .
- 5p c) Determinați intervalele de monotonie ale funcției f .
2. Se consideră funcția $f: (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + \frac{1}{x+1}$.
- 5p a) Calculați $\int_0^1 \left(f(x) - \frac{1}{x+1} \right) dx$.
- 5p b) Arătați că $\int_0^1 x f(x) dx = \frac{4}{3} - \ln 2$.
- 5p c) Determinați numărul natural nenul n , știind că suprafața plană delimitată de graficul funcției f , axa Ox și dreptele de ecuații $x = 0$, $x = 1$, are aria egală cu $\frac{1}{2} + \ln(n^2 + n)$.