

Examenul de bacalaureat național 2015
Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*
Clasa a XI-a
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total obținut pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$2(2x+3) = 5 + (2x+7)$ $x = 3$	2p 3p
2.	$\Delta = (m-1)^2 + 4m =$ $= (m+1)^2 \geq 0$, deci, pentru orice număr real m , graficul funcției f intersectează axa Ox	2p 3p
3.	$2-x = (2x-1)^2 \Leftrightarrow 4x^2 - 3x - 1 = 0$ $x_1 = -\frac{1}{4}$, care nu verifică ecuația, și $x_2 = 1$, care verifică ecuația	2p 3p
4.	Elementele mulțimii $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ care verifică relația $5^{n-1} > (n+1)!$ sunt 3 și 4, deci sunt 2 cazuri favorabile Mulțimea $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ are 5 elemente, deci sunt 5 cazuri posibile $p = \frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}} = \frac{2}{5}$	2p 1p 2p
5.	$a + (2a+1) \cdot (-2) - 4 = 0 \Leftrightarrow a = -2$ $3 \cdot (-2) + b \cdot (-2) - 8 = 0 \Leftrightarrow b = -7$	3p 2p
6.	$\sin 2x = 2 \sin x \cos x$ $1 + \cos 2x = 2 \cos^2 x \Rightarrow \frac{2 \sin x \cos x}{2 \cos^2 x} = \frac{\sin x}{\cos x} = \text{tg } x$	2p 3p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.a)	$D\left(2, \frac{1}{2}\right) = \begin{vmatrix} 1 & 2 & \frac{1}{2} \\ 1 & \frac{1}{2} & 2 \\ 1 & \frac{1}{2} & 2 \end{vmatrix} =$ $= 0$, deoarece determinantul are două linii egale	2p 3p
b)	$D(x, y) = \begin{vmatrix} 0 & x - \frac{1}{2} & \frac{1}{x} - 2 \\ 0 & y - \frac{1}{2} & \frac{1}{y} - 2 \\ 1 & \frac{1}{2} & 2 \end{vmatrix} =$ $= \left(x - \frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{y} - 2\right) - \left(y - \frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{x} - 2\right) = -\frac{1}{2xy}(2x-1)(2y-1)(x-y)$	2p 3p

c)	$(2\log_2 x - 1)(2 \cdot 2 - 1)(\log_2 x - 2) = 0$ $x = \sqrt{2}$ sau $x = 4$, care verifică ecuația	3p 2p
2.a)	$A(1) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}, A(-1) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -1 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ $2A(1) - A(-1) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix} = A(3)$	2p 3p
b)	$A(a) + bI_2 = \begin{pmatrix} 1+b & 2 & a \\ a & 1+b & 2 \\ 2 & a & 1+b \end{pmatrix}, A(1) - I_3 = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}, (A(1) - I_3)(A(1) - I_3) = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 4 \\ 4 & 4 & 1 \\ 1 & 4 & 4 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1+b & 2 & a \\ a & 1+b & 2 \\ 2 & a & 1+b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 2 & 8 \\ 8 & 8 & 2 \\ 2 & 8 & 8 \end{pmatrix} \Leftrightarrow a = 8, b = 7$	3p 2p
c)	$\det(A(n)) = \begin{vmatrix} 1 & 2 & n \\ n & 1 & 2 \\ 2 & n & 1 \end{vmatrix} = (n+3)(n^2 - 3n + 3)$ Ecuația $\det(A(n)) = 0$ nu are soluții în mulțimea numerelor naturale, deci matricea $A(n)$ este inversabilă pentru orice număr natural n	3p 2p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.a)	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln \frac{x+1}{x} = 0$ Dreapta de ecuație $y = 0$ este asimptotă orizontală spre $+\infty$ la graficul funcției f	3p 2p
b)	$a_{n+1} - a_n = f(n+1) = \ln\left(1 + \frac{1}{n+1}\right) > 0$, pentru orice număr natural nenul n , deci șirul $(a_n)_{n \geq 1}$ este crescător	2p 3p
c)	$a_n = \ln \frac{2}{1} + \ln \frac{3}{2} + \dots + \ln \frac{n+1}{n} = \ln\left(\frac{2}{1} \cdot \frac{3}{2} \cdot \dots \cdot \frac{n+1}{n}\right) = \ln(n+1)$ $\lim_{n \rightarrow +\infty} (2n+1)(\ln(n+1) - \ln n) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \ln\left(\frac{n+1}{n}\right)^{2n+1} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \ln\left(\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n\right)^2 = \ln e^2 = 2$	2p 3p
2.a)	f este continuă în $x = 1 \Rightarrow \lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x < 1}} f(x) = \lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x > 1}} f(x) = f(1)$ $a + 3 = 1 + a^2 \Leftrightarrow a^2 - a - 2 = 0 \Leftrightarrow a_1 = -1$ și $a_2 = 2$	2p 3p
b)	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{x^2 + 4x} - \sqrt{x^2 + 4x + x}\right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-x}{\sqrt{x^2 + 4x} + \sqrt{x^2 + 5x}} = -\frac{1}{2}$	2p 3p
c)	$g: [-1, 0] \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = f(x) + 2^x = 2x + 2^x$ Cum g este continuă pe $[-1, 0]$, $g(-1) = -\frac{3}{2} < 0$ și $g(0) = 1 > 0$, ecuația $f(x) + 2^x = 0$ are cel puțin o soluție în intervalul $[-1, 0]$	2p 3p