

Examenul de bacalaureat național 2015

Proba E. c)

Matematică $M_{\text{mate-info}}$

Clasa a XII-a

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Calculați partea reală a numărului complex $z = \frac{3+2i}{2-3i}$.
- 5p** 2. Determinați numărul real a , știind că funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + x - a$ are graficul tangent axei Ox .
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $2^{2x} + 3 \cdot 4^x - 16 = 0$.
- 5p** 4. Calculați probabilitatea ca, alegând una dintre submulțimile cu două elemente ale mulțimii $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, aceasta să aibă un singur element număr par.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $M(2,3)$ și $N(4,1)$. Determinați ecuația mediatoarei segmentului MN .
- 5p** 6. Arătați că $(\sin x + \sin(\pi - x))^2 + (\cos x + \cos(2\pi - x))^2 = 4$, pentru orice număr real x .

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $A(x) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ x & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
- 5p** a) Arătați că $A(1) + A(-1) = 2A(0)$.
- 5p** b) Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\det(A(x) + I_3) = 0$.
- 5p** c) Arătați că $\det(aI_3 - bA(-1) + cA(-1) \cdot A(-1)) \geq 0$, pentru orice numere reale pozitive a , b și c .
2. Pe mulțimea numerelor întregi se definește legea de compoziție asociativă și cu element neutru $x * y = xy - 5x - 5y + 30$.
- 5p** a) Arătați că $x * y = (x - 5)(y - 5) + 5$, pentru orice numere întregi x și y .
- 5p** b) Determinați elementele simetrizabile în raport cu legea de compoziție „*”.
- 5p** c) Calculați $d_1 * d_2 * \dots * d_8$, unde d_1, d_2, \dots, d_8 sunt divizorii naturali ai lui 2015.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x - \ln(x+1)$.
- 5p** a) Calculați $f'(x)$, $x \in (-1, +\infty)$.
- 5p** b) Calculați $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - f(x) - \ln 2}{x - 1}$.
- 5p** c) Demonstrați că $\ln(x+1) \leq x$, pentru orice $x \in (-1, +\infty)$.
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$.
- 5p** a) Calculați $\int_0^1 f(x) dx$.
- 5p** b) Arătați că $\int_0^1 \frac{f(x) + x^2 f(x)}{x^4 + 1} dx = \frac{\pi}{8}$.
- 5p** c) Calculați $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x-1} \int_1^x f(t) dt$.