

Definiție. Dacă A și B sunt mulțimi, numim **funcție de la A la B** orice corespondență între elementele celor două mulțimi care asociază fiecărui element din A un element și numai unul din B. Notăm $f:A \rightarrow B$. Mulțimea A se numește **domeniul de definiție** iar B se numește **codomeniul** funcției. Elementul asociat lui x se notează cu $f(x)$ și se numește **imaginea lui x** prin funcția f. Mulțimea $\mathbf{Im}(f)=\{f(x) \mid x \in A\}$ se numește **imaginea mulțimii A prin funcția f**, sau -pe scurt- **imaginea lui f**.

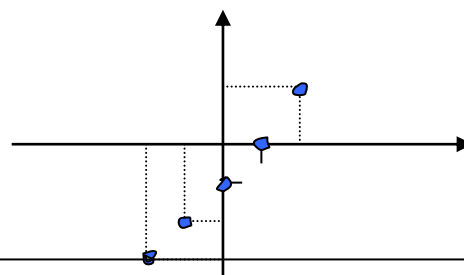
Două funcții f și g sunt egale dacă au același domeniu de definiție, același codomeniu și $f(x)=g(x)$ pentru orice x din domeniul de definiție.

Dacă $f:A \rightarrow B$ este o funcție, atunci mulțimea $\mathbf{G(f)=\{(x,f(x)) \mid x \in A\}}$ se numește **graficul funcției f**. așadar $(x,y) \in G(f)$ înseamnă că $x \in A$ și $f(x)=y$.

A reprezenta grafic o funcție înseamnă a reprezenta într-un sistem de coordonate carteziene mulțimea punctelor graficului funcției

Pentru a reprezenta grafic o funcție al cărui domeniu de definiție este **finit** reprezentăm grafic toate punctele graficului

Ex. Fie $f: \{-2,-1,0,1,2\} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x)=x-1$. Avem $G(f)=\{(-2,-3),(-1,-2),(0,-1),(1,0),(2,1)\}$

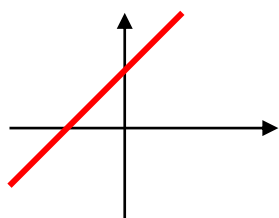


Graficul unei funcții liniare este o mulțime de puncte coliniare.

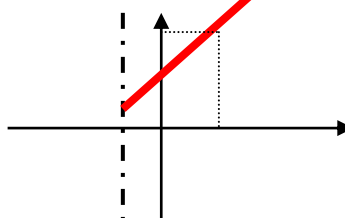
Numim **funcție de gradul I sau funcție liniară** o funcție $f:A \rightarrow B$, unde A, B sunt mulțimi de numere, dată printr-o lege de forma $f(x)=ax+b$, unde $a, b \in \mathbb{R}$. Numărul a se numește **panta** sau **coeficientul unghiular** al funcției.

Pentru a reprezenta grafic o funcție liniară (al cărui domeniu este infinit), este suficient să reprezentăm două puncte ale graficului iar dreapta determinată de ele să o limităm pe domeniul de definiție al funcției. Obținem o dreaptă ($A=\mathbb{R}$), o semidreaptă ($A=(-\infty, a)$ sau $A=(a, \infty)$) un segment ($A=(a, b)$) sau o reuniune de asemenea figuri.

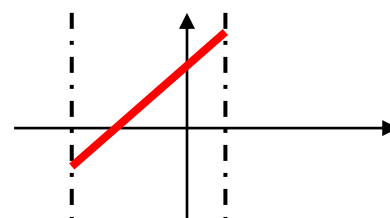
$f:\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x)=x+2$
 $f(-2)=0 \Rightarrow A(-2,0) \in G(f)$
 $f(0)=2 \Rightarrow B(0,2) \in G(f)$



$f:(-1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x)=x+2$
 $f(0)=2 \Rightarrow A(0,2) \in G(f)$
 $f(2)=4 \Rightarrow B(2,4) \in G(f)$



$f:(-3,1) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x)=x+2$
 $f(-3)=-1 \Rightarrow A(-3,-1) \in G(f)$
 $f(1)=3 \Rightarrow B(1,3) \in G(f)$



Panta unei funcții liniare exprimă tangenta trigonometrică a unghiului format de $G(f)$ cu Ox. **Două funcții liniare au graficele paralele \Leftrightarrow au pantele egale.** Dacă panta unei funcții este pozitivă, atunci funcția este **crescătoare**; dacă panta este negativă, atunci funcția este **descrescătoare**.

Reprezentarea graficului unei funcții prin tăieturi, înseamnă indicarea directă a intersecțiilor graficului cu axele (când e posibil!). Pentru $f(x)=ax+b$ avem

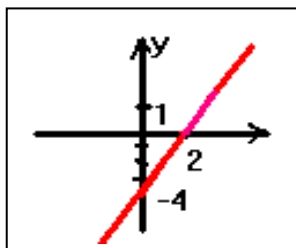
x	0	-b/a
f(x)	a	0

Funcții liniare- probleme REZOLVATE

<https://profesorjitaruionel.wordpress.com/>

1. **Reprezentați grafic funcția** $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x)=2x-4$
 Având o funcție liniară, sunt suficiente două puncte ale graficului, graficul ei fiind dreapta determinată de cele două puncte. În fapt, vom lua 3 puncte, pentru a verifica coliniaritatea lor. Dacă punctele nu sunt coliniare, undeva am greșit.

x	0	2	4
f(x)	-4	0	4
	A	B	C



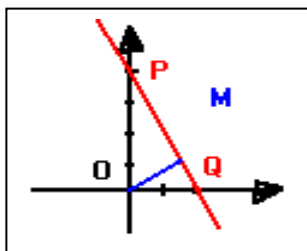
Observație. Pentru determinarea celor două puncte putem lua orice valori (din domeniul de definiție) pentru x . Totuși, sunt de preferat valorile $x=0$ și $x_1=$ **solutia ecuației $f(x)=0$** , deoarece **se obțin direct intersecțiile cu axele**. Acest mod de reprezentare se numește **reprezentare prin tăieturi**. Atenție, nu întotdeauna reprezentarea prin tăieturi este posibilă: trebuie ca cele două valori să aparțină domeniului funcției!

2. **Determinați $m \in \mathbb{N}$, pentru care $A(1,3) \in G(f)$, unde $f(x)=m^2x-1$.**
 $A(1,3) \in G(f) \Rightarrow f(1)=3 \Rightarrow m^2-1=3 \Rightarrow m^2=4 \Rightarrow m \in \{2, -2\}$. Cum $m \in \mathbb{N} \Rightarrow m=2$

3. **Determinați funcția liniară al cărei grafic conține punctele $A(-14,32)$, $B(3, -2)$ și aflați $d(O, G(f))$.**
 Fie $f(x)=ax+b$ funcția căutată. Din $A(-14,32) \in G(f)$, obținem $-14a+b=32$. Analog, din $B(3,-2) \in G(f)$, obținem $3a+b=-2$. Rezolvăm sistemul format de cele două ecuații și obținem $a=-2$, $b=4$. Deci funcția căutată are legea $f(x)=-2x+4$. Deoarece se cere distanța de la O la $G(f)$, vom reprezenta funcția prin tăieturi.
 Ecuația $f(x)=0$ are soluția 2 , deci în tabel trecem (pt x) valorile 0 și 2 .

x	0	2
f(x)	4	0
pct	P	Q

OP=4, OQ=2, și cu teorema lui Pitagora
 $PQ=2\sqrt{5}$



Construim OM înălțime în trOPQ, de unde $OM = \frac{OP \cdot OQ}{PQ}$, adică
 $OM = 0,8\sqrt{5}$. Putem calcula și aria tr format de $G(f)$ cu axele sistemului, $S = c_1 \cdot c_2 / 2 = 4$ u.a.

4. **Dacă $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ este o funcție pentru care $f(x-2) = 2x+2-f(0)$, determinați punctele de pe graficul funcției care au abscisa egală cu ordonata.**

Rz: **Fie $y=x-2$** . Obținem $x=y+2$. Înlocuim pe x în relația dată și obținem $f(y)=2(y+2)+2-f(0)$, adică $f(y)=2y+6-f(0)$. Folosind argumentul standard (x), vom avea $f(x)=2x+6-f(0)$ (*)
 Pentru $x=0$, relația de mai sus devine $f(0)=2 \cdot 0 + 6 - f(0)$, de unde $f(0)=3$, adică, din (*), $f(x)=2x+6-3=2x+3$. **Punctele care au coordonatele egale** sunt de forma **$P(m,m)$** și din $P \in G(f)$, obținem $f(m)=m$, adică $2m+3=m$, deci $m=3$ și $P(3,3)$ este punctul cerut.

5. **Stabiliți dacă punctele $A(2,-1)$, $B(-99,-203)$ și $C(16,21)$ sunt coliniare.**

Rz. Problema nu se rezolvă prin reprezentare. Determinăm o funcție liniară al cărei grafic să conțină două din punctele date și verificăm dacă al treilea punct aparține graficului funcției.
Fie $f(x)=mx+n$ astfel încât $A, C \in G(f)$.
 Din $A(2,-1) \in G(f) \Rightarrow f(2)=-1 \Rightarrow 2m+n=-1$ (1)
 Din $C(16,27) \in G(f) \Rightarrow f(16)=27 \Rightarrow 16m+n=27$ (2)
 Rezolvăm sistemul format de (1) și (2) și găsim $m=2$ și $n=-5$, adică $f(x)=2x-5$.
 Calculăm $f(-99)=2 \cdot (-99) - 5 = -203 \Rightarrow B(-99, -203) \in G(f)$ și cum $G(f)=d_{rAC} \Rightarrow A, B, C$ sunt coliniare

6. **Determinați funcția liniară f , știind că $2f(x+2)+f(x-3)=6x-7$ pentru orice $x \in \mathbb{R}$.**

Rz. Din f =liniară $\Rightarrow f(x)=ax+b$, deci $f(x+2)=a(x+2)+b$ și $f(x-3)=a(x-3)+b$. Înlocuind în relația dată obținem, după regruparea termenilor, $3ax+(a+3b)=6x-7$. Această relație trebuie să fie adevărată pentru orice $x \in \mathbb{R}$, deci coeficienții sunt egali $\Rightarrow 3a=6$ și $a+3b=-7$ de unde, $a=2$, $b=-3$, deci $f(x)=2x-3$.

7. **Determinați coordonatele punctului de intersecție dintre graficele funcțiilor $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x)=2x-4, g(x)=3x+20$.**

Rz. Fie $P(m,n) \in G(f) \cap G(g) \Rightarrow f(m)=n$ și $g(m)=n$, de unde **$f(m)=g(m)$** . În cazul dat, avem $2m-4=3m+20$, de unde $m=-34$. Cum $f(-34)=-72=g(-34) \Rightarrow P(-34,-72)$ este punctul căutat și este unic.

Probleme propuse- <https://profesorjitaruionel.wordpress.com/>

V 1: Fie functia $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x)=ax+b$ sunt numere reale.

- Calculati valorile numerelor a si b stiind ca $f(2)=6$ si $f(3)=8$
- Pentru $a=2$ si $b=2$ reprezentati grafic functia intr-un sistem de axe xOy
- Fie punctele $M(0;2)$, $N(-1;0)$ si $P(c;0)$. Determinati valoarea numarului real c astfel incat dreptele MN si MP sa fie perpendiculare.

V 2: Consideram functiile $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x)=5-3x$ si $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x)=2x-5$.

- Reprezentati grafic functia f intr-un sistem de axe perpendiculare xOy .
- Calculati aria cuprinsa intre axa oronatelor si reprezentarile grafice ale functiilor f si g .
- Calculati valoarea sumei $s=g(3)+g(4)+g(5)+\dots+g(102)$.

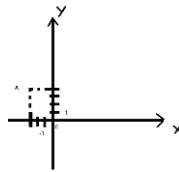
V 3: Punctele $A(-1;4)$ si $B(2;-5) \in G(f)$, $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x)=ax+b$.

- Calculati valorile numerelor reale a si b .
- Determinati aria triunghiului format de dreapta care reprezinta graficul functiei $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x)=3x+1$ si axele de coordonate Ox si Oy .
- Punctul $P(m; m-3)$ apartine graficului functiei $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x)=-3x+1$.

Calculati valorile numarului real m .

V 4: a) Scrieti coordonatele punctului A reprezentat in figura de mai jos..

- Determinati numerele a si b astfel incat functia $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x)=ax+b$ sa admita ca reprezentare grafica dreapta OB , unde $B(2;4)$.
- Fie punctele $C(-3;0)$ si $B(2;4)$. Calculati distanta de la punctul C la dreapta OB



V 5: Se considera functia $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x)=(2m-1)x+3-m$, unde m apartine \mathbb{R}

- Determinati valoarea numarului m stiind ca punctul $A(1;1)$ apartine graficului functiei.
- Pentru $m=-1$, reprezentati grafic functia intr-un sistem de axe perpendiculare xOy .
- Pentru $m=-1$, calculati lungimea razei cercului circumscris triunghiului determinat de reprezentarea grafica a functiei f si axele sistemului de coordonate xOy .

V 6: Fie multimile $A=\{(x,y)|2x-y+3=0, x \text{ apartine } \mathbb{R}, y \text{ apartine } \mathbb{R}\}$ si $B=\{(x,y)|x+y-5=0, x \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R}\}$.

- Aratati ca perechea de numere reale $(2;3)$ apartine multimii B .
- Reprezentati multimea A intr-un sistem de axe perpendiculare xOy .
- Determinati intersectia multimii A cu B .

V 7: Fie functiile $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x)=-2x+6$ si $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x)=2$.

- Reprezentati grafic functiile f si g intr-un sistem de axe xOy .
- Calculati aria patrulaterului format de reprezentarile grafice ale functiilor f si g cu axele Ox si Oy .
- Calculati valoarea produsului $p=f(0)-f(1)-f(2)-\dots-f(100)$.

V 8: Se considera functia $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x)=2x-4$.

- Reprezentati graficul functiei intr-un sistem de axe perpendiculare xOy .
- Calculati tangenta unghiului dintre axa coordonatelor si dreapta care reprezinta graficul functiei f .

- Determinati numarul a , intreg, pentru care $\frac{f(a)}{a+1}$ este numar intreg.

<https://profesorjitaruionel.wordpress.com/>

V 9: a) Determinati functia $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x)=ax+b$, stiind ca punctele $A(-1;-5)$ si $B(2;1)$ apartin graficului functiei f .

b) Rezentati grafic functia $f: [-1;4] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x)=2x-3$ intr-un sistem de axe perpendiculare xOy .

c) Aflati punctul care apartine graficului functiei $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x)=2x-3$ si are coordonate egale.

V 10: Se da functia $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x)=ax+b$, unde a si b sunt numere reale.

a) Aratati ca $f(1)+f(4)=(2)+f(3)$.

b) Pentru $a=2$ si $b=-4$, reprezentati grafic functia f intr-un sistem de axe perpendiculare xOy .

c) Pentru $a=2$ si $b=-4$, aflati valorile numarului real m , stiind ca punctul $M(2m+1; m^2+1)$ se afla pe graficului functiei f .

V 11: Se dau functiile $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x)=2x-2$ si $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x)=(2\sqrt{3})x+2$

a) Calculati $f(-3)+g(-3)$.

b) Rezentati graficele celor doua functii cu acelasi sistem xOy .

c) Aflati distanta de la punctul de intersectie al dreptei care reprezinta graficului functiei f cu axa ordonatelor la graficului functiei g .

V 12: Intr-un sistem de axe perpendiculare xOy se considera punctele $A(1;2)$ si $B(4;8)$.

a) Determinati functia $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ a carei reprezentare grafica este dreapta AB .

b) Calculati lungimea segmentului AB .

c) Determinati punctul $M(m;n)$ care este mijlocul segmentului AB .

V 13: Se considera functia $f: \{0;4;8\} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x)=\frac{1}{4}x-1$

a) Rezentati grafic functia intr-un sistem de axe perpendiculare xOy .

b) Care dintre punctele $M(4;-1)$, $N(8;1)$, $P(12;2)$ apartine graficului functiei?

c) Rezolvati inecuatia $f(x)>2x-8$.

V 14: Fie funtia $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x)=mx+n$, cu m si n numere reale. Punctele $A(2;m)$ si $(3;6)$ apartin reprezentarii grafice a functiei f .

a) Aratati ca $m=3$ si $n=-3$.

b) Rezentati grafic functia f intr-un sistem de axe perpendiculare xOy .

c) Fie punctele $C(1;f(1))$, $d(0;f(0))$. Aflati coordonatele punctului E , din plan, astfel incat punctul $O(0;0)$ sa fie centrul de greutate al triunghiului CDE .

V 15: Fie funtia $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x)=ax+b$.

a) Demonstrati ca este adevarata egalitatea $f(3)+f(7)=2f(5)$.

b) Determinati functia f , stiind ca punctele $A(0;\sqrt{3})$ si $B(\frac{\sqrt{3}}{2};\frac{3}{2}) \in G(f)$.

c) Pentru $a=\sqrt{3}-2$ si $b=\sqrt{3}$, rezolvati inecuatia $f(x)\leq 2$.

V 16: Punctul $A(1;5/2)$ este comun graficelor functiile $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x)=2x+a$ si $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x)=1,5x-b$

a) Determinati valorile numerelor reale a si b .

b) Pentru $a=\frac{1}{2}$, calculati valoarea sumei $S=f(1)+f(2)+f(3)+\dots+f(20)$.

c) Daca $a=\frac{1}{2}$ si $b=-1$, rezolvati inecuatia $f(x)\leq 2g(x)+1$.

V 17: Se da functia $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x)=(a-3)x+b+1$, unde a si b sunt numere reale.

a) Determinati numerele a si b stiind ca punctele $A(-2;2)$ si $B(3;2)$ apartin graficului functiei.

<https://profesorjitaruionel.wordpress.com/>

b) Pentru $a=3$ si $b=1$, trasati graficul functiei f intr-un sistem de axe perpendiculare xOy .

c) Determinati punctele de pe graficul functiei $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x)=2$, care au coordonate egale.

V 18: Fie functiile $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. $f(x) = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$ si $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. $g(x) = (1-m)(x+3m)$

a) Aratati ca $f(\sqrt{5}-5) - f(\sqrt{5}-3)$ este numar natural.

b) Determinati numarul real pentru care punctul $D(-5; -1)$ apartine reprezentarii grafice a functiei g .

c) Pentru $m=1$, rezolvati ecuatiile $|f(x)| + |g(x)| = 6$

V 19: Fie functia $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. $f(x) = (a+1)x + 5$, unde a este numar real.

a) Aflati valorile numarului a pentru care punctul $A(a; 25)$ apartine reprezentarii grafice a graficului functiei f .

b) Pentru $a = 4$, reprezentati grafic functia f intr-un sistem de axe perpendiculare xOy .

c) Pentru $a = 4$, punctul $M(m;n)$ apartine reprezentarii grafice a functiei f . Determinati coordonatele punctului M stiind ca $5|m| = |n|$

V 20: Se considera functia $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. $f(x) = \frac{1}{3}x - 2$

a) Reprezentati grafic functia f intr-un sistem de axe perpendiculare xOy .

b) Determinati numarul real m stiind ca punctul $A(m; 2)$ se afla pe reprezentarea grafica a functiei f .

c) Aratati ca valoarea expresiei $f(b) - f(a) + 2f(a-b/2)$ este un numar intreg, oricare ar fi numerele reale a si b .

V 21: Se considera functia $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. $f(x) = (2-\sqrt{5})x + \sqrt{5}$

a) Verificati daca punctul $A(1; 2)$ apartine reprezentarii grafice a functiei

b) Rezolvati, in multimea numerelor reale, inecuatia: $f(x) - 2 \geq 0$

c) Determinati numerele reale a si b pentru care $f(a) = b + b\sqrt{5}$

V 22: Intr-un sistem de axe perpendiculare xOy se considera punctele $A(-5; 0)$, $B(5; 0)$ si $C(0; 12)$.

a) Reprezentati cele 3 puncte in sistemul de axe perpendiculare xOy

b) Calculati aria triunghiului ABC .

c) Determinati functia $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax + b$ care are reprezentare grafica dreapta AC .

V 23: Fie functiile $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. $f(x) = x - 1$ si $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. $g(x) = 3 - 2x$.

a) Reprezentati grafic functiile f si g in acelasi sistem de axe perpep xOy

b) Calculati aria patrulaterului format de reprezentarile grafice ale celor doua functii si axele de coordonate Ox si Oy

c) Determinati valorile intregi ale numarului a pentru care raportul $f(a) / g(a)$ reprezinta un numar intreg

V 24: Fie functia $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. $f(x) = ax + b$. Punctele $A(1; 5)$ si $B(-2; -1)$ apartin reprezentarii grafice a functiei f .

a) Reprezentati grafic functia f intr-un sistem de axe perpendiculare xOy

b) Determinati numerele reale a si b

c) Pentru $a = 2$ si $b = 3$, determinati numerele reale pentru care $f(x) \in [-5; 6]$

V 25: Fie functia $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. $f(x) = 2x - 1$

a) Reprezentati grafic functia f intr-un sistem de axe perpendiculare xOy

b) Aflati numarul real a pentru care punctul $C(|a|; 2a+1)$ apartine reprezentarii grafice a functiei f

<https://profesorjitaruionel.wordpress.com/>

- c) Aratati ca numarul $f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(2007)$ este patrat perfect.
- V 26:** Se considera functiile $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 0,5x - 2$ si $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = -2x + 3$.
- Rezolvati in multimea numerelor reale ecuatia $f(x) = g(x)$
 - Reprezentati grafic functiile f si g in acelasi sistem de axe perpendiculare xOy
 - Reprezentarea grafica a functiei g intersecteaza axa Ox in punctul P . Calculati distanta de la punctul P la dreapta care reprezinta graficul functiei f .
- V 27:** Fie functia $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + 1$.
- Reprezentati grafic functia f intr-un sistem de axe perpendiculare xOy
 - Aratati ca numarul $N = 2007 + 2[f(0) + f(1) + f(2) + \dots + f(2005)]$ este patrat perfect
 - Fiind date punctele $A(1; 2)$ si $B(-2; -1)$, determinati coordonatele punctului M situat pe axa Oy pentru care suma lungimilor MA si MB este minima.
- V 28:** Fie functia $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + 2$.
- Calculati $f(-3)f(-7)$
 - Reprezentati grafic functia f intr-un sistem de axe perpendiculare xOy
 - Fie punctele $A(0; f(0))$ si $B(2; f(2))$. Aflati coordonatele punctului C situat pe axa Ox , astfel incat $AB = BC$.
- V 29:** Se considera functiile $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x + 5$; $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = x + 2$
- Reprezentati grafic functiile f si g in acelasi sistem de axe perpendiculare xOy
 - Determinati punctul de intersectie al repr grafice ale functiilor f si g
 - Determinati aria triunghiului format de axa Oy si reprezentarile grafice functiilor f si g
- V 30:** Fie functia $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (1 - \sqrt{3})x - \sqrt{3}$
- Calculati valoarea functiei pentru $x = -1$
 - Rezolvati in multimea numerelor naturale, inecuatia $f(x) + 1 \geq 0$
 - Determinati numerele rationale a si b pentru care $f(a + 1) = b\sqrt{3}$
- V 31:** Se considera functia $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (a - 1)x + b$
- Determinati numerele naturale a si b stiind ca reprezentarea grafica a functiei intersecteaza axele de coordonate in punctele $M(1; 0)$ si $N(0; 3)$
 - Pentru $a = -2$ si $b = 3$, reprezentati grafic functia intr-un sistem de axe perpendiculare xOy
 - Pentru $a = -2$ si $b = 3$, calculati distanta de la punctul $P(-4; 0)$ la dreapta care reprezinta graficul functiei f
- V 32:** Consideram functia $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2mx + m - 2$, unde m este un numar real
- Pentru $m = 1$, reprezentati grafic functia intr-un sistem de axe perpendiculare xOy
 - Determinati coordonatele punctului de intersectie a reprezentarii grafice ale functiilor
 $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = 4x$ si $h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $h(x) = -4x - 4$
 - Aratati ca, pentru orice numar real m , $P(-1/2; -2)$ apartine reprezentarii grafice a functiei f
- V 33:** Fie functia $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (2a + 3)x + 1$
- Determinati valorile numarului natural a , stiind ca punctul $A(a; 0)$ se afla pe reprezentarea grafica a functiei f

<https://profesorjitaruionel.wordpress.com/>

- b) Pentru $a = 1$ reprezentati grafic functia f intr-un sistem de axe perpendicular xOy
- c) Pentru $a = -1$, aratati ca numarul $N = f(n) f(n+2) + 1$ este patrat perfect, oricare ar fi n apartinand multimii numerelor naturale
- V 34 :** Fie functia $f : [-2 ; 3] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$
- a) Verificati daca punctele $D(1 ; 1)$, $P(-1 ; -1)$ si $Q(-3 ; -2)$ apartin reprezentarii grafice a functiei f
- b) Reprezentati grafic functia f intr-un sistem de axe perpendiculare xOy
- c) Rezolvati in multimea numerelor naturale inecuatia $4f(x) - x\sqrt{2} < 4$
- V 35 :** Fie functia $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x + 1$
- a) Calculati $f(\sqrt{2}) f(\sqrt{2} - 1)$
- b) Reprezentati grafic functia f intr-un sistem de axe perpendiculare xOy
- c) Aratati ca pentru orice n apartinand lui \mathbb{N}^* , numarul $\sqrt{[f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(n)] - 2n}$ este natural
- V 36:** Fie functia $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + 2$, $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = x + 4$.
- a) Aratati ca $f(x) g(x) = (x)(x) + 6x + 8$, oricare ar fi x numar real.
- b) Reprezentati grafic functiile f si g in acelasi sistem de axe perp xOy
- c) Fie un punct oarecare M situat pe reprezentarea grafica a functiei g . Determinati distanta de la punctul M la reprezentarea grafica a functiei f .
- V 37 :** Se considera punctele $A(-1 ; 5)$ si $B(0 ; 4)$ si functia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax + b$, unde a si b sunt numere reale
- a) Determinati functia f , stiind ca punctele A si B apartin dreptei care reprezinta graficul functiei
- b) Calculati lungimea segmentului AB
- c) Pentru $a = -1$ si $b = 4$, determinati punctul situat pe reprezentarea grafica a functiei f care are coordonatele egale
- V 38 :** Se considera functia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = mx + m - 5$
- a) Aflati valoarea numarului real m , stiind ca punctul $A(2 ; 0)$ apartine reprezentarii grafice a functiei f
- b) Pentru $m = -5$, reprezentati grafic functia intr-un sistem de axe perpendiculare xOy
- c) Pentru $m = -5$, determinati perimetrul triunghiului format de axele Ox , Oy si reprezentarea grafica a functiei f
- V 39 :** Consideram functia $f : \{ 1 ; 2 ; 3 ; 5 \} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x - 2$
- a) Determinati multimea valorilor functiei f
- b) Reprezentati grafic functia f intr-un sistem de axe perpendiculare xOy
- c) Calculati distanta dintre punctul de abscisa 1 situat pe reprezentarea grafica a functiei f si punctul $P(-2 ; 3)$
- V 40 :** Fie $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ o functie de forma $f(x) = ax + b$, unde a si b sunt numere reale. Reprezentarea grafica a functiei f intersecteaza axele de coordonate in punctele $A(2 ; 0)$ si $B(0 ; 4)$
- a) Reprezentati grafic functia f intr-un sistem de axe perpendiculare xOy
- b) Determinati functia f
- c) In sistemul de axe perpendiculare xOy se considera punctele $D(2 ; -2)$ si C proiectia punctului D pe axa Oy . Calculati aria patrulaterului $ABCD$
- V 41 :** Fie functia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x + 6$
- a) Rezolvati in multimea numerelor naturale ecuatiile $2f(x) - f(0) = f(-2)$
- b) Reprezentati grafic functia f intr-un sistem de axe perpendiculare xOy

<https://profesorjitaruionel.wordpress.com/>

- c) Calculati valoarea sumei $f(0) + f(2) + f(4) + \dots + f(32)$
- V 42 :** Fie functiile $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = 2x - 2$, $g : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $g(x) = 0,5x + 1$
- Calculati $f(2) - 2g(3)$
 - Reprezentati grafic functiile f si g intr-un sistem de axe perpendiculare xOy
 - Demonstrati ca, in sistemul de axe perpendiculare xOy , punctul $O(0 ; 0)$ se afla la distanta egala fata de reprezentarile grafice ale functiilor f si g
- V 43 :** Fie functiile $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = -3x + 3$, $g : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $g(x) = -x + 4$
- Aflati coordonatele punctului de intersectie al reprezentarilor grafice ale functiilor f si g
 - Reprezentati grafic functiile f si g , in acelasi sistem de axe perpendiculare xOy
 - Calculati aria triunghiului format de axa ordonatelor si reprezentarile grafice ale functiilor f si g

Funcții TEST <https://profesorjitaruionel.wordpress.com/>

- Fie $f: \{-2; -1; 0; 1; 2\} \rightarrow A$, $f(x) = -2x + 1$, unde $A = \{x \in \mathbf{Z} \mid |x| \leq 6\}$. Se cere: a) demonstrați că f este funcție; b) determinați $G(f)$ și reprezentați într-un sistem de coordonate carteziane graficul funcției; c) demonstrați că $\{m \in \mathbf{R} \mid (m, m+4) \in G(f)\} = \{-1\}$; d) demonstrați că $\{m \in \mathbf{R} \mid (m+1, 4m-5) \in G(f)\} = \emptyset$; e) determinați $m \in \mathbf{R}$ pentru care $(-2, m^2+m-1) \in G(f)$; f) demonstrați că $f(x) = f(z) \Leftrightarrow x = z$ (spunem că f este injectivă); g) demonstrați că $f(x) < f(z) \Leftrightarrow x < z$ (spunem că f este crescătoare).
- Fie $f, g: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ două funcții date prin relațiile $f(x) = 2x + 1$ și $g(x) = 2x - 5$. Se cere: a) reprezentați în același sistem de coordonate carteziane graficele celor două funcții; b) determinați coordonatele punctelor de intersecție dintre graficele funcțiilor și axele sistemului; c) demonstrați că $G(f) \cap G(g) = \emptyset$ (deci, funcțiile au graficele paralele); d) fie $h: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ o funcție care are legea $h(x) = ax + b$, unde a și b sunt numere reale. Demonstrați că $G(f) \parallel G(h) \Leftrightarrow a = 2$ și $b \neq 1$. Ce puteți spune despre graficele celor două funcții dacă $a = 2$ și $b = 1$? e) determinați funcția liniară $i: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ al cărei grafic este paralela prin $A(45, 100)$ la graficul funcției f și reprezentați grafic această funcție.
- Determinați funcția liniară al cărei grafic conține punctele $A(3,3)$ și $B(4,5)$; b) arătați că punctele A, B , definite la a), $C(-1,-5)$ și $D(20,37)$ sunt coliniare; c) fie $d = drAB$, unde A și B sunt punctele de mai sus. Determinați aria triunghiului format de d cu axele sistemului de coordonate, tangenta unghiului ascuțit format de d cu axa Ox și distanța de la O la d .
- a) Demonstrați că funcția $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ dată prin $f(x) = 2x - 1$ verifică relația $f(x-1) = f(x) - 2$; b) demonstrați că dacă $g: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ este liniară, $g(1) = 1$ și $g(x-1) = g(x) - 2$, atunci $g = f$.
- Într-un sistem de coordonate carteziane se consideră punctele $A(1,2)$, $B(7,7)$, $C(4,-2)$. Se cere: a) determinați f , liniară, așa încât $G(f) = AB$; b) determinați g , liniară, așa încât $G(g) = AC$; c) determinați h , liniară, așa încât $C \in G(h)$ și $G(h) \parallel G(f)$; d) determinați i , liniară, așa încât $G(i) \parallel G(g)$ și $B \in G(i)$; e) determinați $G(h) \cap G(i)$.
- Fie $A(-2,1)$, $B(1,4)$, $C(6,1)$ și $D(3,2)$. Se cere: a) determinați funcțiile liniare ale căror grafice sunt dreptele AB, BC, CD, AD și deduceți că $ABCD$ este paralelogram. Determinați coordonatele centrului paralelogramului $ABCD$. Ce legătură există între coordonatele centrului și coordonatele vârfurilor paralelogramului? b) Determinați coordonatele unui punct E , știind că $ABEC$ este paralelogram.