

$$\boxed{2} \quad A(a) = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ a & 3 \end{pmatrix}$$

$$a) \quad A(-1) + A(1) = 2 \cdot A(0)$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} = 2 \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 0 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 0 & 6 \end{pmatrix} \quad (A)$$

$$b) \quad A(a) \cdot \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} = 5 I_2$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ a & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} = 5 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 3+2 & 1-1 \\ 3a-6 & a+3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 3a-6 & a+3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3a-6=0 \Rightarrow a=2 \\ a+3=5 \Rightarrow a=2 \end{cases} \Rightarrow \boxed{a=2}$$

$$c) \quad A(1) \cdot X = 4 A(2)$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = 4 \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} a-c & b-d \\ a+3c & b+3d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & -4 \\ 8 & 12 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} a-c=4 \quad / \cdot 3 \Rightarrow \\ a+3c=8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3a-3c=12 \\ a+3c=8 \end{cases}$$

$$\frac{4a}{4} / = 20 \Rightarrow \underline{a=5} \Rightarrow 5-c=4 \Rightarrow \underline{c=1}$$

$$\begin{cases} b-d=-4 \quad / \cdot (-1) \Rightarrow \\ b+3d=12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -b+d=4 \\ b+3d=12 \end{cases}$$

$$\frac{4d}{1} \cdot 4d = 16 \Rightarrow \underline{d=4} \Rightarrow b-4=-4 \Rightarrow \underline{b=0}$$

$$X = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$$