Examenul de bacalaureat naţional 2016
Proba E. c)
Matematică *M_şt-nat*
Clasa a XI-a

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiinţe ale naturii

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p **1.** Determinaţi partea reală a numărului complex $z = i(1+i)^2$.

5p **2.** Determinaţi numerele reale m, ştiind că imaginea funcţiei $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+mx+1$ este intervalul $[-1,+\infty)$.

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $2^{2x}+2^{x+1}=4-2^x$.

5p **4.** Determinaţi numărul elementelor mulţimii $M=\{1, 2, 3, \ldots, 2016\}$ care sunt divizibile cu 5 şi nu sunt divizibile cu 10.

5p **5.** Se consideră triunghiul ABC şi punctul M astfel încât $\overrightarrow{CM}=2\overrightarrow{BM}$. Arătaţi că $\overrightarrow{AM}=2\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}$.

5p **6.** Determinaţi numerele reale $x\in[0,\pi]$, pentru care $\sin 2x=\sin x$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(x)=\begin{pmatrix}1 & 1 & 1\\ 2015 & 2016 & x\\ 2015^2 & 2016^2 & x^2\end{pmatrix}$, unde x este număr real.

5p **a)** Calculaţi $\det\big(A(2016)\big)$.

5p **b)** Demonstraţi că $\det\big(A(x)\big)=(2015-x)(2016-x)$, pentru orice număr real x.

5p **c)** Determinaţi numărul real x pentru care $\det\big(A(x)\big)$ are valoarea minimă.

2. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}-1 & -1\\ 1 & 1\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ şi $X(a)=I_2+aA$, unde a este număr real.

5p **a)** Calculaţi $A\cdot A$.

5p **b)** Demonstraţi că $X(a)\cdot X(b)=X(a+b)$, pentru orice numere reale a şi b.

5p **c)** Determinaţi inversa matricei $M=X(-3)\cdot X(-2)\cdot X(-1)\cdot X(0)\cdot X(1)\cdot X(2)\cdot X(3)\cdot X(4)$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcţia $f:(1,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{mx^2+4x-m}{x-1}$, unde m este număr real.

5p **a)** Arătaţi că dreapta de ecuaţie $x=1$ este asimptotă verticală la graficul funcţiei f, pentru orice număr real m.

5p **b)** Determinaţi numărul real m, pentru care dreapta de ecuaţie $y=3$ este asimptotă orizontală la graficul funcţiei $g:(1,+\infty)\to\mathbb{R}$, $g(x)=\dfrac{f(x)}{x}$.

5p **c)** Pentru $m=-1$, calculaţi $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{f(x)-5}{x-2}$.

2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x}{2}+2a, & x<2\\ ax+\log_2 x, & x\ge 2\end{cases}$, unde a este număr real.

5p **a)** Pentru $a=0$, calculaţi $f(-1)\cdot f(4)$.

5p **b)** Demonstraţi că funcţia f este continuă pe $\mathbb{R}$, pentru orice număr real a.

5p **c)** Demonstraţi că, dacă $a\in\left(-\dfrac{1}{2},\dfrac{1}{4}\right)$, ecuaţia $f(x)=0$ are cel puţin o soluţie în intervalul $(-1,4)$.