

**Examenul de bacalaureat național 2013**

**Proba E. c)**

**Matematică  $M_{\text{șt-nat}}$**

**Varianta 2**

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

- 5p** 1. Arătați că numărul  $x = 2(1+i) - 2i$  este real.
- 5p** 2. Calculați  $f(1) \cdot f(2) \cdot \dots \cdot f(5)$  pentru funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x - 2$ .
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $\sqrt{x^2 + 1} = x + 1$ .
- 5p** 4. Calculați probabilitatea ca, alegând la întâmplare un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, produsul cifrelor acestuia să fie egal cu 5.
- 5p** 5. Se consideră punctele  $A, B$  și  $C$  astfel încât  $\overline{AB} = 2\vec{i} + 2\vec{j}$  și  $\overline{BC} = 2\vec{i} + \vec{j}$ . Calculați lungimea vectorului  $\overline{AC}$ .
- 5p** 6. Se consideră  $E(x) = \sin x + \cos \frac{x}{2}$ , unde  $x$  este număr real. Calculați  $E\left(\frac{\pi}{3}\right)$ .

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

- 5p** 1. Se consideră matricea  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$ .
- 5p** a) Calculați  $\det A$ .
- 5p** b) Arătați că  $A^2 - 6A = I_2$ .
- 5p** c) Determinați inversa matricei  $B = A - 6I_2$ .
2. Pe  $\mathbb{R}$  se definește legea de compoziție asociativă dată de  $x * y = \sqrt{x^2 + y^2 + 4}$ .
- 5p** a) Calculați  $2 * 2$ .
- 5p** b) Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $x * x = \sqrt{12}$ .
- 5p** c) Arătați că numărul  $\underbrace{1 * 1 * \dots * 1}_{1 \text{ de } 8 \text{ ori}}$  este întreg.

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

- 5p** 1. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = e^x(x^2 - 6x + 9)$ .
- 5p** a) Arătați că  $f'(x) = e^x(x^2 - 4x + 3)$ , pentru orice  $x \in \mathbb{R}$ .
- 5p** b) Verificați dacă  $f(x) + f''(x) = 2(f'(x) + e^x)$ , pentru orice  $x \in \mathbb{R}$ .
- 5p** c) Determinați punctele de extrem ale funcției  $f$ .
2. Se consideră funcția  $f: (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{x}{x+1}$ .
- 5p** a) Calculați  $\int_0^1 (x+1)f(x) dx$ .
- 5p** b) Arătați că  $\int_0^1 x^2 f(x) dx + \int_0^1 x^3 f(x) dx = \frac{1}{4}$ .
- 5p** c) Determinați volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei  $Ox$  a graficului funcției  $h: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $h(x) = f(x)$ .