

Examenul de bacalaureat național 2015

Proba E. c)

Matematică *M_mate-info*

Varianta 8

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că $(\sqrt{5} + 1)^2 + (\sqrt{5} - 1)^2 = 12$.
- 5p 2. Calculați produsul $f(1)f(2)f(3)f(4)$, unde $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x - 3$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_2(x^2 - 4x + 4) = 0$.
- 5p 4. Determinați câte numere naturale impare, de trei cifre distincte, se pot forma cu cifrele 2, 3 și 4.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,2)$ și $B(2,3)$. Determinați ecuația dreptei d care trece prin punctul A și este perpendiculară pe dreapta AB .
- 5p 6. Arătați că $\sin(\pi - x) + \sin(\pi + x) = 0$, pentru orice număr real x .

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea $B(x) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & x \\ 0 & 1 & 0 \\ 3x & 0 & 1 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.

5p a) Arătați că $\det(B(0)) = 1$.

5p b) Arătați că $B(x) + B(y) = 2B\left(\frac{x+y}{2}\right)$, pentru orice numere reale x și y .

5p c) Determinați numerele reale x pentru care $B(x^2 + 1)B(x) = B(x^2 + x + 1)$.

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x \circ y = \frac{1}{2}(x-3)(y-3) + 3$.

5p a) Arătați că $(-3) \circ 3 = 3$.

5p b) Determinați numerele naturale n pentru care $n \circ n = 11$.

5p c) Calculați $1 \circ 2 \circ 3 \circ \dots \circ 2015$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x+2}{x-1}$.

5p a) Arătați că $f'(x) = -\frac{3}{(x-1)^2}$, $x \in (1, +\infty)$.

5p b) Arătați că funcția f este convexă pe intervalul $(1, +\infty)$.

5p c) Determinați coordonatele punctului situat pe graficul funcției f , în care tangenta la graficul funcției f este paralelă cu dreapta de ecuație $y = -3x$.

2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = xe^x$.

5p a) Arătați că $\int_1^2 \frac{1}{x} f(x) dx = e(e-1)$.

5p b) Determinați primitiva F a funcției f pentru care $F(1) = 0$.

5p c) Pentru fiecare număr natural nenul n se consideră numărul $I_n = \int_0^1 x^n f(x) dx$. Arătați că $I_n + (n+1)I_{n-1} = e$, pentru orice număr natural n , $n \geq 2$.