

Examenul de bacalaureat național 2016

Proba E. c)

Matematică $M_mate-info$

Varianta 01

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Determinați al patrulea termen al progresiei aritmetice $(a_n)_{n \geq 1}$, știind că $a_1 = 1$ și $a_2 = 4$.
- 5p** 2. Determinați numărul real a , știind că punctul $A(1, a)$ aparține graficului funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + 4$.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $9^{x-2} = 3^{2-x}$.
- 5p** 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să fie mai mic sau egal cu 30.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctul $A(0, 3)$. Determinați ecuația dreptei care trece prin punctul A și are panta egală cu 1.
- 5p** 6. Se consideră triunghiul ABC , cu $AB = 10$, $AC = 10$ și $BC = 12$. Arătați că $\sin B = \frac{4}{5}$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(m) = \begin{pmatrix} -m & 1 & 1 \\ 1 & -m & 1 \\ 1 & 1 & -m \end{pmatrix}$ și sistemul de ecuații $\begin{cases} -mx + y + z = -1 \\ x - my + z = -1 \\ x + y - mz = m \end{cases}$, unde m

este număr real.

- 5p** a) Arătați că $\det(A(0)) = 2$.
- 5p** b) Demonstrați că matricea $A(m)$ este inversabilă, pentru orice număr real m , $m \neq -1$ și $m \neq 2$.
- 5p** c) Pentru $m = 2$, determinați soluția (x_0, y_0, z_0) a sistemului pentru care $x_0 + 2y_0 + 3z_0 = 9$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x * y = -2xy + 10x + 10y - 45$.
- 5p** a) Arătați că $x * y = -2(x - 5)(y - 5) + 5$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p** b) Arătați că $1 * 2 * 3 * 4 * 5 * 6 * 7 * 8 * 9 * 10 = 5$.
- 5p** c) Determinați numerele naturale m și n , pentru care $m * n = 27$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 8 \ln x$.

- 5p** a) Arătați că $f'(x) = \frac{2(x-2)(x+2)}{x}$, $x \in (0, +\infty)$.
- 5p** b) Determinați intervalele de monotonie a funcției f .
- 5p** c) Demonstrați că ecuația $f(x) = 0$ are două soluții reale distincte.
2. Se consideră funcția $f: (4, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{x(x-4)}$.
- 5p** a) Arătați că $\int_5^{10} (x-4) f(x) dx = \ln 2$.
- 5p** b) Determinați volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei Ox a graficului funcției $g: [5, 6] \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = x f(x)$.
- 5p** c) Demonstrați că $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(n^2 \int_n^{n+1} f(x) dx \right) = 1$.