

Examenul de bacalaureat național 2017

Proba E. c)

Matematică $M_mate-info$

Varianta 10

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Se consideră numerele complexe $z_1 = 2 + 3i$ și $z_2 = 1 + 2i$. Arătați că $2z_1 - 3z_2 = 1$.
- 5p 2. Se consideră x_1 și x_2 soluțiile ecuației $x^2 - 3mx + 2 = 0$, unde m este număr real. Determinați numărul real m , știind că $x_1 + x_2 + x_1x_2 + 1 = 0$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_4(x+3) + \log_4(x-3) = 2$.
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să aibă produsul cifrelor egal cu 6.
- 5p 5. Determinați numărul real a , pentru care vectorii $\vec{u} = a\vec{i} + 2\vec{j}$ și $\vec{v} = 3\vec{i} - 3\vec{j}$ sunt coliniari.
- 5p 6. Arătați că $(\sin x - \cos x)^2 + \sin 2x = 1$, pentru orice număr real x .

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(x) = \begin{pmatrix} x & 1 & 1 \\ x+1 & 1 & 1 \\ 1 & x & 1 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
- 5p a) Arătați că $\det(A(0)) = -1$.
- 5p b) Determinați numerele reale x pentru care $\det(A(x)) \cdot \det(A(x+1)) = 12$.
- 5p c) Determinați matricea $X \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ pentru care $A(2) \cdot X = A(0)$.
2. Se consideră polinomul $f = X^3 - (m+2)X^2 + (m^2+2)X - 1$, unde m este număr real.
- 5p a) Arătați că $f(0) = -1$, pentru orice număr real m .
- 5p b) Demonstrați că $(x_1 - x_2)^2 + (x_2 - x_3)^2 + (x_3 - x_1)^2 = -4(m-1)^2$, pentru orice număr real m , unde x_1, x_2 și x_3 sunt rădăcinile polinomului f .
- 5p c) Determinați numărul real m pentru care toate rădăcinile polinomului f sunt numere reale.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2e^x - x^2 - 2x - 2$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = 2(e^x - x - 1)$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f , în punctul de abscisă $x = 0$, situat pe graficul funcției f .
- 5p c) Demonstrați că funcția f este crescătoare pe \mathbb{R} .
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (x+2)^n$, unde n este număr natural nenul.
- 5p a) Arătați că $\int_{-2}^1 (x+2)^2 dx = 9$.
- 5p b) Pentru $n = 1$, arătați că $\int_0^1 f(x)e^x dx = 2e - 1$.
- 5p c) Determinați numărul natural nenul n pentru care suprafața plană delimitată de graficul funcției f , axa Ox și dreptele de ecuații $x = -1$ și $x = 1$ are aria egală cu $\frac{242}{n+1}$.