Examenul de bacalaureat național 2014
Proba E. c) – 2 iulie 2014
Matematică *M_şt-nat*

Barem de evaluare şi de notare

Varianta 5

Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiinţe ale naturii

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$z^2=(2+i)^2=4+4i+i^2=$	**3p**
	$=3+4i$	**2p**
2.	$f(m)=1$	**2p**
	$m-3=1\Leftrightarrow m=4$	**3p**
3.	$x-3=9$	**3p**
	$x=12$ care verifică ecuația	**2p**
4.	Numărul submulțimilor cu un număr impar de elemente ale unei mulțimi cu 4 elemente este egal cu $C_4^1+C_4^3=$	**3p**
	$=8$	**2p**
5.	$\overrightarrow{MB}=\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{AB}$	**2p**
	$\overrightarrow{MC}=\overrightarrow{MD}+\overrightarrow{DC}\Rightarrow\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=2\overrightarrow{AB}$	**3p**
6.	$\cos C=\sin B$, $\sin C=\cos B$	**2p**
	$\sin B\cdot\cos C+\sin C\cdot\cos B=\sin^2 B+\cos^2 B=1$	**3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$\det A=\begin{vmatrix}0 & 2014\\ 1 & -1\end{vmatrix}=0\cdot(-1)-1\cdot 2014=$	**3p**
	$=-2014$	**2p**
b)	$A\cdot A=\begin{pmatrix}0 & 2014\\ 1 & -1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0 & 2014\\ 1 & -1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2014 & -2014\\ -1 & 2015\end{pmatrix}$	**3p**
	$A+A\cdot A=\begin{pmatrix}0 & 2014\\ 1 & -1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}2014 & -2014\\ -1 & 2015\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2014 & 0\\ 0 & 2014\end{pmatrix}=2014I_2$	**2p**
c)	$A^{-1}=\dfrac{1}{2014}\begin{pmatrix}1 & 2014\\ 1 & 0\end{pmatrix}$	**3p**
	$X=2014A^{-1}=\begin{pmatrix}1 & 2014\\ 1 & 0\end{pmatrix}$	**2p**
2.a)	$f(0)=0^3-6\cdot 0^2+m\cdot 0-6=$	**2p**
	$=-6$	**3p**
b)	$x_1+x_2+x_3=6$, $x_1x_2x_3=6$	**2p**
	$\dfrac{1}{x_1x_2}+\dfrac{1}{x_1x_3}+\dfrac{1}{x_2x_3}=\dfrac{x_1+x_2+x_3}{x_1x_2x_3}=\dfrac{6}{6}=1$	**3p**
c)	f are rădăcinile $x_1=k-1$, $x_2=k$ și $x_3=k+1$ unde $k\in\mathbb{Z}\Rightarrow x_1+x_2+x_3=3k\Rightarrow k=2$	**2p**
	$x_1x_2+x_1x_3+x_2x_3=1\cdot 2+1\cdot 3+2\cdot 3\Rightarrow m=11$	**3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=\dfrac{x'\left(x^2+1\right)-x\left(x^2+1\right)'}{\left(x^2+1\right)^2}=$	**2p**
	$=\dfrac{1-x^2}{\left(x^2+1\right)^2}=\dfrac{(1-x)(1+x)}{\left(x^2+1\right)^2}$, $x\in\mathbb{R}$	**3p**
b)	$y-f(1)=f'(1)(x-1)$	**2p**
	$f(1)=\dfrac{1}{2}$, $f'(1)=0$, deci ecuaţia tangentei este $y=\dfrac{1}{2}$	**3p**
c)	$f'(x)=0\Leftrightarrow x=1$ sau $x=-1$	**2p**
	$f'(x)<0$ pentru $x\in(-\infty,-1)$, $f'(x)>0$ pentru $x\in(-1,1)$, $f'(x)<0$ pentru $x\in(1,+\infty)$	**2p**
	Punctele de extrem sunt $x=-1$ și $x=1$	**1p**
2.a)	$\int_0^1\left(f(x)-\dfrac{1}{x+2}-\dfrac{1}{x+3}\right)dx=\int_0^1\dfrac{1}{x+1}dx=$	**2p**
	$=\ln(x+1)\Big\vert_0^1=\ln 2$	**3p**
b)	F este o primitivă a lui $f\Rightarrow F''(x)=f'(x)=-\dfrac{1}{(x+1)^2}-\dfrac{1}{(x+2)^2}-\dfrac{1}{(x+3)^2}$	**2p**
	$F''(x)<0$ pentru orice $x\in(-1,+\infty)$, deci F este concavă pe $(-1,+\infty)$	**3p**
c)	$\mathcal{A}=\int_0^n\lvert f(x)\rvert\,dx=\int_0^n\left(\dfrac{1}{x+1}+\dfrac{1}{x+2}+\dfrac{1}{x+3}\right)dx=\ln\left((x+1)(x+2)(x+3)\right)\Big\vert_0^n=$	**2p**
	$=\ln\dfrac{(n+1)(n+2)(n+3)}{6}$	**1p**
	$n\geq 1\Rightarrow(n+1)(n+2)(n+3)\geq 24\Rightarrow\mathcal{A}\geq\ln 4$ pentru orice număr natural nenul n	**2p**