Examenul de bacalaureat naţional 2015

Proba E. c)
Matematică *M_şt-nat*

Varianta 1

Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiinţe ale naturii

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p **1.** Determinați al doilea termen al progresiei aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$, știind că $a_1=1$ și rația $r=2$.

5p **2.** Determinaţi numărul real m, știind că punctul $A(m,0)$ aparține graficului funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+1$.

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_2\left(x^2+4\right)=\log_2 8$.

5p **4.** Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea $M=\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$, acesta să fie divizibil cu 3.

5p **5.** Determinaţi numărul real a, știind că vectorii $\vec{u}=(a+1)\vec{i}+4\vec{j}$ și $\vec{v}=\vec{i}+2\vec{j}$ sunt coliniari.

5p **6**. Arătați că $\sin 2x=\frac{\sqrt{3}}{2}$, știind că $\sin x=\frac{1}{2}$ și $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(a)=\begin{pmatrix} a & 3 \\ a-1 & 2 \end{pmatrix}$, unde a este număr real.

5p **a)** Arătați că $A(2014)+A(2016)=2A(2015)$.

5p **b)** Determinați numărul real a pentru care $\det\left(A(a)\right)=0$.

5p **c)** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\det\left(A(2)+xA(3)\right)=0$.

2. Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=-xy-x-y-2$.

5p **a)** Arătați că $(-1)*1=-1$.

5p **b)** Arătați că $x*y=-(x+1)(y+1)-1$, pentru orice numere reale x şi y.

5p **c)** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $(x+2)*(2x-3)=5$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^4-8x^2+16$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=4x(x-2)(x+2)$, $x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Calculați $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)-x^4}{x^2+1}$.

5p **c)** Determinați coordonatele punctelor situate pe graficul funcției f, în care tangenta la graficul funcției f este paralelă cu axa Ox.

2. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{x+2}{x}$.

5p **a)** Arătați că $\int_1^2 x f(x)dx=\frac{7}{2}$.

5p **b)** Demonstrați că funcția $F:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $F(x)=x+2\ln x+2015$ este o primitivă a funcției f.

5p **c)** Arătați că suprafața plană delimitată de graficul funcției $g:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $g(x)=\left(f(x)-1\right)\ln x$, axa Ox și dreptele de ecuații $x=1$ și $x=e$ are aria egală cu 1.