

Examenul de bacalaureat național 2016
Proba E. c)

Matematică $M_{\text{șt-nat}}$

Varianta 9

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Calculați rația progresiei geometrice $(b_n)_{n \geq 1}$, știind că $b_3 = 5$ și $b_4 = 10$.
- 5p 2. Determinați valoarea maximă a funcției $f : [1, 5] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x - 3$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x^2 + 12} = x + 2$.
- 5p 4. Determinați numărul submulțimilor cu două elemente ale mulțimii $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3, 4)$ și $B(1, 0)$. Determinați ecuația dreptei AB .
- 5p 6. Calculați lungimea razei cercului circumscris triunghiului ABC , în care $AB = 6$ și $C = \frac{\pi}{3}$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(x) = \begin{pmatrix} 1+x & -x \\ 2x & 1-2x \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
- 5p a) Arătați că $\det(A(0)) = 1$.
- 5p b) Demonstrați că $A(x)A(y) = A(x + y - xy)$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p c) Determinați numerele reale x , $x \neq 1$, pentru care matricea $A(x)$ este egală cu inversa ei.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x \circ y = 2xy - 6x - 6y + 21$.
- 5p a) Arătați că $x \circ y = 2(x - 3)(y - 3) + 3$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p b) Arătați că $1 \circ 2 \circ 3 \circ 4 = 3$.
- 5p c) Determinați numerele reale x , pentru care $x \circ x \circ x = x$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x - \ln x$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = \frac{x-1}{x}$, $x \in (0, +\infty)$.
- 5p b) Demonstrați că funcția f este convexă pe intervalul $(0, +\infty)$.
- 5p c) Demonstrați că $\ln x \leq x - 1$, pentru orice $x \in (0, +\infty)$.
2. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{x^2 + 1}$.
- 5p a) Arătați că $\int_0^1 (x^2 + 1) f(x) dx = 1$.
- 5p b) Demonstrați că $\int_0^1 x^2 f(x) dx = 1 - \frac{\pi}{4}$.
- 5p c) Determinați numerele naturale n , știind că $\int_n^{n+1} 2x f(x) dx = \ln 2$.