Examenul de bacalaureat național 2016
Proba E. c)
Matematică *M_şt-nat*
Clasa a XII-a

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiinţe ale naturii

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p	**1.** Determinaţi raţia progresiei aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$, ştiind că $2a_{10} = a_5 + a_6 + 36$.
5p	**2.** Determinați abscisele punctelor de intersecţie a graficului funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + 3x - 1$ cu dreapta de ecuație $y = x - 1$.
5p	**3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_2 \frac{x-1}{x+1} + \log_2\left(x^2 - 1\right) = 4$.
5p	**4.** Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să aibă produsul cifrelor divizibil cu 10.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,1)$, $B(1,4)$ și $C(5,1)$. Determinaţi coordonatele centrului cercului circumscris triunghiului ABC.
5p	**6.** Arătaţi că $\frac{1+\cos 2x}{1-\cos 2x} = \mathrm{ctg}^2\, x$, pentru orice $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

	1. Se consideră matricea $M(x) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ x & 2x-1 & 1 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
5p	**a)** Calculaţi $\det\left(M(0)\right)$.
5p	**b)** Demonstrați că $2M(x) - M(-x) = M(3x)$, pentru orice număr real x.
5p	**c)** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $O(0,0)$, $A(n, 2n-1)$ și $B\left(n^2, 2n^2 - 1\right)$, unde n este număr natural, $n \geq 2$. Demonstrați că aria triunghiului OAB este număr natural.
	2. Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x \circ y = 6xy - 2x - 2y + 1$.
5p	**a)** Calculați $1 \circ \frac{1}{3}$.
5p	**b)** Determinaţi elementul neutru al legii de compoziţie „$\circ$”.
5p	**c)** Calculați $\frac{1}{1008} \circ \frac{2}{1008} \circ \frac{3}{1008} \circ \ldots \circ \frac{2016}{1008}$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

	1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x}{x^4+3}$.
5p	**a)** Arătaţi că $f'(x) = -\frac{3(x-1)(x+1)\left(x^2+1\right)}{\left(x^4+3\right)^2}$, $x \in \mathbb{R}$.
5p	**b)** Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x = 0$, situat pe graficul funcției f.
5p	**c)** Demonstrați că $-\frac{1}{4} \leq f(x) \leq \frac{1}{4}$, pentru orice număr real x.

2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=xe^{x}-2$.

5p **a)** Determinaţi primitiva F a funcţiei f, pentru care $F(1)=0$.

5p **b)** Calculați $\int_0^1 x\,f(x)\,dx$.

5p **c)** Determinați numerele reale x, știind că $\int_1^x f(t)\,dt=0$.