

Examenul de bacalaureat național 2013

Proba E. c)

Matematică M_{șt-nat}

Barem de evaluare și de notare

Varianta 3

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$\sqrt{28} = 2\sqrt{7}$ $2\sqrt{7} + 2 - 2\sqrt{7} = 2$	3p 2p
2.	$f(1) + f(2) + \dots + f(10) = 2(1 + 2 + \dots + 10) - 10 =$ $= 100$	3p 2p
3.	$4^{x+1} = 4^2$ $x + 1 = 2 \Rightarrow x = 1$	3p 2p
4.	Multiplii lui 7 din mulțimea A sunt 7 și 14 \Rightarrow 2 cazuri favorabile Numărul de elemente ale mulțimii A este 15 \Rightarrow 15 cazuri posibile $p = \frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}} = \frac{2}{15}$	2p 1p 2p
5.	$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = 3\vec{i}$ $AC = 3$	3p 2p
6.	$\sin x = \cos x$ $x = \frac{\pi}{4}$	3p 2p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.a)	$\det(A(2)) = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{vmatrix} =$ $= 5$	2p 3p
b)	$A(1) \cdot A(2) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix} =$ $= \begin{pmatrix} 5 & 5 & 5 \\ 5 & 5 & 5 \\ 5 & 5 & 5 \end{pmatrix} = 5A(1)$	2p 3p
c)	$\det(A(x)) = \begin{vmatrix} 1 & x & x \\ x & 1 & x \\ x & x & 1 \end{vmatrix} = 2x^3 - 3x^2 + 1$ $\det(A(x)) = 0 \Leftrightarrow (2x+1)(x-1)^2 = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2} \text{ sau } x = 1$	2p 3p
2.a)	$f = X^3 - 2X^2 - 2X + 3$ $f(1) = 1 - 2 - 2 + 3 = 0$	2p 3p
b)	$f(2) = 2 \Rightarrow 8 - 8 - 4 + m = 2$ $m = 6$	3p 2p

c)	$x_1 + x_2 + x_3 = 2, x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_1 = -2, x_1x_2x_3 = -4$	3p
	$(x_1 + x_2 + x_3) \left(\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} \right) = 2 \cdot \frac{-2}{-4} = 1$	2p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.a)	$f'(x) = x \cdot \ln x + x \cdot (\ln x)' =$	2p
	$= \ln x + x \cdot \frac{1}{x} = \ln x + 1$	3p
b)	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x^2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} =$	2p
	$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} = 0$	3p
c)	$f''(x) = \frac{1}{x}, x \in (0, +\infty)$	2p
	$f''(x) > 0$ pentru orice $x \in (0, +\infty) \Rightarrow f$ convexă pe intervalul $(0, +\infty)$	3p
2.a)	$\int_0^1 xf(x) dx = \frac{1}{2} \int_0^1 \frac{(x^2+1)'}{x^2+1} dx =$	3p
	$= \frac{1}{2} \ln(x^2+1) \Big _0^1 = \frac{1}{2} \ln 2$	2p
b)	$\int_0^1 xf'(x) dx = xf(x) \Big _0^1 - \int_0^1 f(x) dx =$	2p
	$= \frac{1}{2} - \operatorname{arctg} x \Big _0^1 = \frac{1}{2} - \frac{\pi}{4}$	3p
c)	$V = \pi \int_0^1 h^2(x) dx = \pi \int_0^1 (x^4 + 2x^2 + 1) dx =$	2p
	$= \pi \left(\frac{x^5}{5} + \frac{2x^3}{3} + x \right) \Big _0^1 = \frac{28\pi}{15}$	3p