

**CONCURSUL DE OCUPARE A POSTURILOR DIDACTICE/CATEDRELOR DECLARATE
VACANTE/REZERVATE ÎN UNITĂȚILE DE ÎNVĂȚĂMÂNT PREUNIVERSITAR
20 iulie 2016**

**Probă scrisă
MATEMATICĂ**

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Varianta 1

- Se punctează orice modalitate de rezolvare corectă a cerințelor, în limita punctajului maxim corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total obținut pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	a) $x^2 - 2x + 1 = 0$ $x_1 = x_2 = 1$	3p 2p
	b) $x_1 + x_2 = 2(m+1)$, $x_1x_2 = m+1 \Rightarrow x_1 + x_2 = 2x_1x_2$	2p
	$x_1 = 2x_2 \Leftrightarrow 3x_2 = 4x_2^2 \Leftrightarrow x_2 = 0$ sau $x_2 = \frac{3}{4}$, de unde obținem $m = -1$ sau $m = \frac{1}{8}$	3p
	c) $x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2(x_1 + x_2) = 4(m+1)^2 - 2(m+1) - 2(m+1)^2 = 2m(m+1)$ $2m(m+1) > 0 \Leftrightarrow m \in (-\infty, -1) \cup (0, +\infty)$	3p 2p
2.	a) AD este înălțime în triunghiul isoscel ABC , deci AD este mediană Punctul D este mijlocul segmentului BC , deci punctul C este simetricul punctului B față de punctul D	2p 3p
	b) $AD \parallel PM$ și secanta $AN \Rightarrow \sphericalangle ANP \equiv \sphericalangle BAD$ $AD \parallel PM$ și secanta $CP \Rightarrow \sphericalangle APN \equiv \sphericalangle CAD$ Cum $\sphericalangle BAD \equiv \sphericalangle CAD$, obținem $\sphericalangle ANP \equiv \sphericalangle APN$, deci triunghiul ANP este isoscel	2p 2p 1p
	c) $NM \parallel AD \Rightarrow \triangle BMN \sim \triangle BDA \Rightarrow \frac{NM}{AD} = \frac{NB}{AB}$ $AD \parallel PM \Rightarrow \triangle CPM \sim \triangle CAD \Rightarrow \frac{PM}{AD} = \frac{PC}{AC}$ Cum $AB = AC$ și $AN = AP$, obținem $\frac{NM + PM}{AD} = \frac{NB}{AB} + \frac{PC}{AC} = \frac{AB - AN}{AB} + \frac{AC + AP}{AC} = 2$, deci $NM + PM = 2AD$	1p 1p 3p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.	a) $A(0) + A(1) + I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$	2p
	$\det(A(0) + A(1) + I_3) = \begin{vmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{vmatrix} = 4 + 0 + 0 - 1 - 0 - 0 = 3$	3p

	<p>b) $A(x)A(y) = \begin{pmatrix} 1-x & 0 & x \\ 0 & 0 & 0 \\ x & 0 & 1-x \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1-y & 0 & y \\ 0 & 0 & 0 \\ y & 0 & 1-y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (1-x)(1-y)+xy & 0 & (1-x)y+x(1-y) \\ 0 & 0 & 0 \\ x(1-y)+(1-x)y & 0 & xy+(1-x)(1-y) \end{pmatrix} =$</p> <p>$= \begin{pmatrix} 1-(x+y-2xy) & 0 & x+y-2xy \\ 0 & 0 & 0 \\ x+y-2xy & 0 & 1-(x+y-2xy) \end{pmatrix} = A(x+y-2xy)$, pentru orice numere reale x și y</p>	<p>3p</p> <p>2p</p>
	<p>c) $A^2(x) = \begin{pmatrix} 1-2x+2x^2 & 0 & 2x-2x^2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2x-2x^2 & 0 & 1-2x+2x^2 \end{pmatrix}$, $(1-x)A(x) = \begin{pmatrix} 1-2x+x^2 & 0 & x-x^2 \\ 0 & 0 & 0 \\ x-x^2 & 0 & 1-2x+x^2 \end{pmatrix}$</p> <p>$A^2(x) - (1-x)A(x) + I_3 = \begin{pmatrix} x^2+1 & 0 & x-x^2 \\ 0 & 1 & 0 \\ x-x^2 & 0 & x^2+1 \end{pmatrix}$</p> <p>$\det(A^2(x) - (1-x)A(x) + I_3) = 0 \Leftrightarrow (1+x)(2x^2 - x + 1) = 0$, de unde obținem $x = -1$</p>	<p>2p</p> <p>1p</p> <p>2p</p>
2.	<p>a) $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x^2-x+1}} \cdot (x^2-x+1)' =$</p> <p>$= \frac{1}{2\sqrt{x^2-x+1}} \cdot (2x-1+0) = \frac{2x-1}{2\sqrt{x^2-x+1}}$, $x \in \mathbb{R}$</p>	<p>3p</p> <p>2p</p>
	<p>b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{f(x)}{x} \right)^x = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{\frac{x^2-x+1}{x^2}} \right)^x = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{-x+1}{x^2} \right)^{\frac{-x+1 \cdot x}{x^2 \cdot \frac{1}{2}}} =$</p> <p>$= e^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{e}}$</p>	<p>3p</p> <p>2p</p>
	<p>c) $x^2 - x + 1 \geq \frac{3}{4}$, deci $\sqrt{x^2 - x + 1} \geq \frac{\sqrt{3}}{2}$, pentru orice număr real x</p> <p>$\mathcal{A} = \int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 \sqrt{x^2 - x + 1} dx \geq \int_0^1 \frac{\sqrt{3}}{2} dx = \frac{\sqrt{3}}{2} x \Big _0^1 = \frac{\sqrt{3}}{2}$</p>	<p>2p</p> <p>3p</p>

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

Itemul de tip alegere multiplă elaborat	
Corectitudinea formatului itemului	5p
Corectitudinea răspunsului așteptat (baremul de evaluare)	5p
Corectitudinea științifică a informației de specialitate	5p
Itemul de tip rezolvare de probleme elaborat	
Corectitudinea formatului itemului	5p
Corectitudinea răspunsului așteptat (baremul de evaluare)	5p
Corectitudinea științifică a informației de specialitate	5p