

**CONCURSUL DE OCUPARE A POSTURILOR DIDACTICE/CATEDRELOR DECLARATE  
VACANTE/REZERVATE ÎN UNITĂȚILE DE ÎNVĂȚĂMÂNT PREUNIVERSITAR  
20 iulie 2016**

**Probă scrisă  
MATEMATICĂ**

**Varianta 1**

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 4 ore.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră  $x_1$  și  $x_2$  soluțiile ecuației  $x^2 - 2(m+1)x + m + 1 = 0$ , unde  $m$  este număr real.
- 5p a) Pentru  $m = 0$ , rezolvați ecuația.
- 5p b) Determinați numerele reale  $m$  pentru care o soluție a ecuației este dublul celeilalte soluții.
- 5p c) Determinați valorile reale ale lui  $m$  pentru care  $x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2(x_1 + x_2) > 0$ .
2. Se consideră un triunghi  $ABC$  cu  $AB = AC$  și  $AD \perp BC$ ,  $D \in (BC)$ . Prin punctul  $M \in (BD)$ , se construiește o paralelă la  $AD$ , care intersectează dreptele  $AB$  și  $AC$  în punctele  $N$ , respectiv  $P$ .
- 5p a) Arătați că punctul  $C$  este simetricul punctului  $B$  față de punctul  $D$ .
- 5p b) Demonstrați că triunghiul  $ANP$  este isoscel.
- 5p c) Demonstrați că  $NM + PM = 2AD$ .

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră matricea  $A(x) = \begin{pmatrix} 1-x & 0 & x \\ 0 & 0 & 0 \\ x & 0 & 1-x \end{pmatrix}$ , unde  $x$  este număr real.
- 5p a) Arătați că  $\det(A(0) + A(1) + I_3) = 3$ .
- 5p b) Demonstrați că  $A(x)A(y) = A(x + y - 2xy)$ , pentru orice numere reale  $x$  și  $y$ .
- 5p c) Determinați numerele reale  $x$  pentru care  $\det(A^2(x) - (1-x)A(x) + I_3) = 0$ .
2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \sqrt{x^2 - x + 1}$ .
- 5p a) Arătați că  $f'(x) = \frac{2x-1}{2\sqrt{x^2 - x + 1}}$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .
- 5p b) Demonstrați că  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{f(x)}{x} \right)^x = \frac{1}{\sqrt{e}}$ .
- 5p c) Demonstrați că suprafața plană delimitată de graficul funcției  $f$ , axa  $Ox$  și dreptele de ecuații  $x = 0$  și  $x = 1$  are aria mai mare sau egală cu  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

Următoarea secvență face parte din programa școlară de matematică pentru clasa a VI-a.

Competențe specifice	Conținuturi
<ol style="list-style-type: none"><li><b>1. Recunoașterea și descrierea unor proprietăți ale triunghiurilor în configurații geometrice date</b></li><li><b>2. Calcularea unor lungimi de segmente și a unor măsuri de unghiuri utilizând metode adecvate</b></li><li><b>3. Utilizarea unor concepte matematice în triunghiul isoscel, în triunghiul echilateral sau în triunghiul dreptunghic</b></li><li><b>4. Exprimarea caracteristicilor matematice ale triunghiurilor și ale liniilor importante în triunghi prin definiții, notații și desen</b></li><li><b>5. Deducerea unor proprietăți ale triunghiurilor folosind noțiunile studiate</b></li><li><b>6. Interpretarea informațiilor conținute în probleme legate de proprietăți ale triunghiurilor</b></li></ol>	<p><b>Proprietăți ale triunghiurilor</b></p> <ul style="list-style-type: none"><li>• Suma măsurilor unghiurilor unui triunghi; unghi exterior unui triunghi, teorema unghiului exterior</li><li>• Mediana în triunghi; concurența medianelor unui triunghi (fără demonstrație)</li><li>• Proprietăți ale triunghiului isoscel (unghiuri, linii importante, simetrie)</li><li>• Proprietăți ale triunghiului echilateral (unghiuri, linii importante, simetrie)</li><li>• Proprietăți ale triunghiului dreptunghic (cateta opusă unghiului de <math>30^\circ</math>, mediana corespunzătoare ipotenuzei – teoreme directe și reciproce)</li></ul>

(Programa școlară de matematică, OMECI nr. 5097/09.09.2009)

Pentru evaluarea, la finalul unității de învățare **Proprietăți ale triunghiurilor** (clasa a VI-a), a două dintre competențele specifice precizate în secvența de mai sus, elaborați doi itemi: *un item de tip alegere multiplă și un item de tip rezolvare de probleme.*

În elaborarea itemilor se vor avea în vedere următoarele aspecte:

- formatul fiecărui item elaborat în vederea evaluării competenței specifice alese;
- răspunsul așteptat (baremul de evaluare) pentru fiecare dintre itemii elaborați;
- corectitudinea științifică a informației de specialitate.