

Universitatea din București

Facultatea de Matematică și Informatică

Concursul de admitere iulie 2012
Domeniul de licență—Calculatoare și Tehnologia Informației

Algebră (2)

1. Fie $x_1, x_2 \in \mathbf{R}$ rădăcinile ecuației $x^2 + 5x - 1 = 0$. Atunci $\frac{x_1^2}{x_2} + \frac{x_2^2}{x_1}$ este egal cu:

- A) 51 B) 140 C) 0 D) $\sqrt{2}$

2. Valoarea lui m pentru care ecuația $x^3 - mx^2 - x + 1 = 0$ are soluția $x = -2$ este:

- A) $-\frac{2}{3}$ B) 1 C) 2 D) $-\frac{5}{4}$

3. Numărul de soluții reale ale ecuației $9^x + 3^x - 12 = 0$ este:

- A) 3 B) 0 C) 1 D) 2

4. Numărul de soluții complexe ale ecuației $z^2 = \bar{z}$ este:

- A) 4 B) 1 C) 2 D) 3

5. Valorile parametrului real m pentru care sistemul

$$\begin{aligned} mx + 2y + z &= 0 \\ (m+2)x - 2y + 3z &= 0 \\ 5x + 2my + (3m+2)z &= 0 \end{aligned}$$

are soluție nebanală sunt:

- A) 2 și -2 B) 1 și 0 C) 1 și -2 D) 1 și -1

6. Ecuația $C_n^3 = 5n$ are soluția:

- A) 10 B) 1 C) 3 D) 7

7. Câte matrice $X \in M_2(\mathbf{R})$ există astfel încât $X^2 = X$?

- A) niciuna B) una C) două D) o infinitate

8. Fie $a \in \mathbf{R}$. Pe \mathbf{R} definim legea de compoziție \circ prin $x \circ y = ax + y + xy$. Atunci \circ este asociativă pentru:

- A) $a = 1$ B) $a = 0$ C) $a = -1$ D) $a = 2$

9. Valoarea parametrului m pentru care polinomul $P(X) = x^4 + mX^3 + 3X^2 - 3X + 2 \in \mathbf{R}[X]$ se divide cu $X^2 - 3X + 2$ este:

- A) 1 B) 2 C) -2 D) -3

Concursul de admitere iulie 2012
Domeniul de licență—Calculatoare și Tehnologia Informației

Analiză (2)

1. Să se determine $a \in \mathbf{R}$ astfel încât $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + ax} + x) = 5$.

- A) -5 B) 10 C) 5 D) -10

2. Să se determine aria suprafeței delimitate de graficul funcției $f(x) = \frac{1}{x \ln x}$, axa Ox și dreptele $x = e$, $x = e^2$.

- A) $1 - \ln 2$ B) $\ln 2$ C) $2 \ln 2$ D) $1 + \ln 2$

3. O primitivă a funcției $f : (-1, 1) \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \frac{x}{\sqrt{1-x^4}}$ este:

- A) $F(x) = \frac{1}{2} \arcsin(x^2)$ B) $F(x) = -\sqrt{1-x^4}$ C) $F(x) = \frac{1}{2} \arccos(x^2)$
 D) $F(x) = \ln(\sqrt{1-x^4})$

4. Să se determine $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 \frac{x^n}{x^2 + 1} dx$.

- A) 0 B) 2 C) $+\infty$ D) 1

5. Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n + 2^n}{3^{n+1} - 2^{n+1}}$.

- A) $\frac{3}{2}$ B) 3 C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{1}{3}$

6. Să se calculeze $\int_0^1 x^2 e^x dx$.

- A) $e - 1$ B) $e + 1$ C) $e - 2$ D) $e + 2$

7. Să se determine numărul asimptotelor funcției $f : (-\infty, -1] \cup [1, \infty) \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \sqrt{x^2 - 1}$.

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 1

8. Fie $a \in \mathbf{R}$ și funcția $f : \left(-\frac{1}{2}, \infty\right) \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \begin{cases} \ln(1 + 2x), & \text{pentru } x \in \left(-\frac{1}{2}, 0\right] \\ ax, & \text{pentru } x \in (0, \infty) \end{cases}$. Să se determine a astfel încât funcția f să fie derivabilă.

- A) 2 B) 1 C) 0 D) -1

9. Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{x^2 - 1}$.

- A) 1 B) 0 C) $\frac{1}{4}$ D) 4

Geometrie (2)

1. Se dau vectorii $\vec{v} = a\vec{i} + \vec{j}$, $\vec{w} = \vec{i} + (a-1)\vec{j}$. Dacă \vec{v} și \vec{w} sunt colineari, atunci:
- A) $a \in \left\{ \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2} \right\}$ B) $a \in \{0, 1\}$ C) $a \in (-\infty, 0]$ D) $a \in \{-1, 1\}$
2. Panta dreptei care trece prin punctele $P(1, 1)$ și $Q(2, 1)$ este:
- A) 0 B) $\frac{\pi}{2}$ C) 1 D) $\frac{1}{2}$
3. Intersecția diagonalelor paralelogramului $OABC$, unde $O = (0, 0)$, $A = (4, 0)$, $B = (7, 2)$, este punctul de coordonate:
- A) (1, 1) B) $(\frac{7}{2}, 1)$ C) (-1, 1) D) (2, 0)
4. Dreapta suport a mediane din A a triunghiului ABC cu $A = (0, 5)$, $B = (-3, 0)$, $C = (1, 2)$ trece prin punctul de coordonate:
- A) (3, 3) B) (1, 6) C) (1, 9) D) (0, 4)
5. Dacă $\operatorname{tg} \alpha = 1$, atunci $\sin 2\alpha$ este egal cu
- A) $\frac{\pi}{4}$ B) $3\sqrt{2}$ C) 1 D) $2\sqrt{3}$
6. Dacă $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{1}{3}$ atunci $\sin 2\alpha$ este egal cu:
- A) $\frac{\sqrt{2}}{3}$ B) $3\frac{\pi}{4}$ C) $5\sqrt{2}$ D) $-\frac{8}{9}$
7. Se consideră paralelogramul $ABCD$ și punctele E și F astfel încât $\vec{AE} = \vec{EB}$ și $\vec{DF} = 2\vec{FE}$. Atunci punctele A, F, C sunt:
- A) conciclice B) vârfurile unui triunghi echilateral
C) colineare D) vârfurile unui triunghi ascuțitunghic
8. Fie d dreapta care trece prin $A = (1, 1)$ și $B = (3, 3)$ și fie d' bisectoarea unghiului \widehat{QPR} unde $P = (0, 3)$, $Q = (-1, 0)$, $R = (1, 0)$. Atunci dreptele d și d' sunt:
- A) concurente într-un punct cu ordonata strict negativă B) paralele
C) concurente într-un punct de abscisă strict pozitivă D) concurente pe axa Oy
9. Distanța dintre punctele $A(1, m)$ și $B(m, 1)$, $m \in \mathbb{R}^*$ este egală cu $\sqrt{2}$ dacă m este egal cu:
- A) 4 B) 3 C) 2 D) -1

6. Variabilele i și j sunt de tip întreg ($1 \leq i \leq 10$, $1 \leq j \leq 10$), iar variabila X memorează elementele unui tablou bidimensional, cu 10 linii și 10 coloane, numerotate de la 1 la 10. Elementul $X[i][j]$ (în C/C++), respectiv $X[i,j]$ (în Pascal) se află sub diagonala secundară a tabloului dacă și numai dacă este:

- A. $i=j$ B. $i+j < 10$ C. $i+j > 11$ D. $i < j$

7. Pentru a calcula în mod eficient media aritmetică a elementelor unui tablou unidimensional cu n componente numere naturale, fiecare egal cu poziția pe care se afla în tablou, este necesar și suficient să se execute:

- A. două parcurgeri ale tabloului B. o singură instrucțiune de atribuire
C. o singură parcurgere a tabloului și o singură atribuire D. o singură parcurgere a tabloului și două atribuiri

8. Se consideră subprogramele recursive $R1$ și $R2$, definite mai jos.

C/C++	Pascal
<pre>long R1(int x, int p) { if(p==0) return 1; return x*R1(x,p-1); } long R2(int x, int p) { long f; if(p==0) return 1; if(p%2==0) { f=R2(x,p/2); return f*f; } return x*R2(x,p-1); }</pre>	<pre>function R1(x,p:integer):longint; begin if p=0 then R1:=1 else R1:=x*R1(x,p-1) end; function R2(x,p:integer):longint; var f:longint; begin if p=0 then R2:=1 else if p mod 2=0 then begin f=R2(x,p div 2); R2:=f*f end else R2:=x*R2(x,p-1) end;</pre>

La apel, pentru parametrii $x=5$ și $p=3$, returnează valoarea expresiei 125:

- A. nici $R1$, nici $R2$ B. atât $R1$, cât și $R2$ C. numai $R1$ D. numai $R2$

9. Se consideră tabloul unidimensional v , cu elementele $v_1=11$, $v_2=7$, $v_3=5$, $v_4=3$. În algoritmul de sortare scris alăturat, s -a notat cu \leftarrow operația de atribuire și cu \leftrightarrow operația de interschimbare. Pentru a sorta crescător cele patru elemente ale tabloului v , numărul de interschimbări realizate prin executarea secvenței alăturate este:

```
┌repetă
│ ok←-1
│ ┌pentru i←-1..3 execută
│ │ ┌dacă  $v_i > v_{i+1}$  atunci
│ │ │ ok←-0
│ │ │  $v_i \leftrightarrow v_{i+1}$ 
│ │ └─┘
│ └─┘
└până când ok=1
```

- A. 8 B. 5 C. 6 D. 7

