

**BAREM**  
**TEZĂ LA MATEMATICĂ PE SEMESTRUL I**  
**Clasa a XII-a Științe ale naturii - 14.12.2017**

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvaripartiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Seacorda10punctedinoficiu. Notafinalasecalculeazaprinimpartireala10apunctajului total acordat pentru lucrare.

**Subiectul I 30 de puncte**

1	$3 * (-4) = x * y = 7 \cdot 3 + 7 \cdot (-4) - 3 \cdot 3 \cdot (-4) - 14 =$ $= 15$	2p 3p
2	$x^2 \in \{0, 1, 0, 1\}$ $x^2 + x \in \{0, 2, 0, 2\}$ $x \in \{1, 3\}$	2p 2p  1p
3	Definiția: $(\exists)e \in R$ , astfel încât pentru $(\forall)x \in R$ avem $x \circ e = e \circ x = x$ $x \circ e = x$ , $x \circ e + 4x + 4e + 12 = x$ de unde $e = -3$ Verificarea: $-3 \circ x = x$	1p 3p 1p
4	$\int \frac{x^3}{x^2} dx + 4 \int \frac{x}{x^2} dx + \int \frac{1}{x^2} dx$ $\frac{x^3}{3} + 4 \ln x  - x^{-1} + C$	2p  3p
5	$\int_{-1}^1 \frac{1}{\sqrt{4-x^2}} dx = \arcsin \frac{x}{2} \Big _{-1}^1 = \arcsin \frac{1}{2} - \arcsin \left(-\frac{1}{2}\right) =$ $\frac{\pi}{6} - \left(-\frac{\pi}{6}\right) = \frac{2\pi}{6} = \frac{\pi}{3}$	3p  2p
6	Funcția g este o primitivă a funcției f $\Rightarrow g'(x) = f(x)$ $g'(x) = 9x^2 - 10x + 6$ $g'(x) = f(x) \Rightarrow 9x^2 - 10x + 6 = ax^2 + bx + c$ $a = 9, b = -10, c = 6$	1p 2p 1p  1p

**Subiectul al II-lea 30 puncte**

1.a)	$(x+3)(y+3) - 3 = xy + 3x + 3y + 9 - 3$ Finalizare	3p 2p
b)	$a \cdot b \in \mathbf{Z} \Rightarrow (a+3)(b+3) \in \mathbf{Z}$ $(a+3), (b+3) \in \mathbf{Q} \setminus \mathbf{Z}$ Finalizare	1p 2p 2p
1.c)	$x * x * x = (x+3)^3 - 3$ $(x+3)[(x+3)^2 - 1] = 0 \Rightarrow (x+3)(x+2)(x+4) = 0$	1p 2p

	$x \in \{-4, -3, -2\}$	2p
2.a)	$X(a) \cdot X(b) = (I_2 + aA)(I_2 + bA) = I_2 + (a+b)A + abA^2$ $A^2 = 3A$ Finalizare	2p 2p 1p
b)	$[X(a)]^{-1} \cdot [X(a)] = [X(a)] \cdot [X(a)]^{-1} = I_2$ Calcul direct Finalizare	1p 3p 1p
c)	Definiție grup comutativ Verificarea axiomelor corespunzătoare grupului	1p 4p

**Subiectul al III-lea 30 puncte**

1.a)	$F'(x) = [(x+1)e^x]' = e^x + (x+1)e^x =$ $= (x+2)e^x = f(x) \Rightarrow F$ este primitivă funcției $f$	3p 2p
b)	$F'(x) = f(x) = (x+2)e^x > 0$ pentru orice $x \in (0, \infty) \Rightarrow$ $F$ este strict crescătoare pe $(0, \infty)$ .	3p 2p
c)	$F'(x) = f(x) \Rightarrow \int F(x) \cdot f(x) dx = \int F(x) \cdot F'(x) dx$ $F(x) = t, \quad F'(x) dx = dt$ Finalizare	1p 2p 2p
2.a)	$l_s(1) = -2, l_d(1) = -2, f(1) = -2$ , deci $f$ continuă în $x=1$ $f$ continuă pe $\mathbf{R} \setminus \{1\}$ ca funcție elementară, deci $f$ continuă pe $\mathbf{R}$ $f$ admite primitive pe $\mathbf{R}$	2p 1p 2p
b)	$\int_0^1 (x-2)f(x) dx = \int_0^1 (x-2) \frac{x+1}{x-2} dx = \int_0^1 (x+1) dx = \left( \frac{x^2}{2} + x \right) \Big _0^1 =$ $\frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{2}$	3p 2p
c)	Fie $F$ o primitivă a lui $f$ pe $(1, \infty)$ , $F'(x) = f(x) = \ln x - 2$ $F''(x) = \frac{1}{x} > 0$ $F$ convexă pe $(1, \infty)$	1p 2p 2p