



Simularea examenului de bacalaureat național 2018
Proba E. c) simulare 20.12.2017
M_șt.naturii

Filiera teoretică: profilul real, specializarea științele naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. La toate subiectele se cer rezolvări complete.

Subiectul I

- 5p 1. Arătați că numărul $a = \lg(8 - 2\sqrt{6}) + \lg(8 + 2\sqrt{6}) - 2\lg 2$ este natural.
- 5p 2. Fie funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 2mx + m + 2$, $m \in \mathbb{R}$. Aflați parametrul real m astfel încât graficul funcției să fie tangent axei Ox .
- 5p 3. Rezolvați în \mathbb{R} inecuația $\log_5(x^2 - 3x + 3) < 0$.
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca alegând un număr de trei cifre, acesta să fie cub perfect.
- 5p 5. Să se determine $m \in \mathbb{R}$ astfel încât vectorii $\vec{u} = 4\vec{i} - 2\vec{j}$ și $\vec{v} = (m+1)\vec{i} + m\vec{j}$ să fie coliniari.
- 5p 6. Se consideră triunghiul ABC cu raza cercului circumscris $R = 4$ și $A = \frac{\pi}{3}$.
Calculați lungimea laturii BC .

Subiectul II

- 5p 1. Se consideră matricea $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 6 & -4 \end{pmatrix}$.
- 5p a) Demonstrați că $(I_2 + A)^2 = I_2 + A$.
- 5p b) Arătați că mulțimea $\{A^n \mid n \in \mathbb{N}^*\}$ este finită.
- 5p c) Calculați $\det(2017 \cdot I_2 - A + A^2 - A^3 + \dots - A^{2017})$.
2. Pe \mathbb{R} se definește legea de compoziție $x \circ y = 2xy + 2x + 2y + 1$, $\forall x, y \in \mathbb{R}$.
- 5p a) Să se arate că $x \circ y = 2(x+1)(y+1) - 1 \forall x, y \in \mathbb{R}$
- 5p b) Determinați mulțimea elementelor simetrizabile din \mathbb{R} față de legea de compoziție considerată.
- 5p c) Arătați că $(-100) \circ (-99) \circ \dots \circ 0 \circ 1 \circ \dots \circ 100 < 0$.

Subiectul III

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 e^x$.
- 5p a) Calculați $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$
- 5p b) Determinați punctele de extrem ale funcției.
- 5p c) Scrieți ecuația tangentei la graficul funcției în punctul cu abscisa $x_0 = -1$.
2. Se consideră funcția $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = \begin{cases} ax - 1, & x < 1 \\ x + \ln x, & x \geq 1 \end{cases}$.
- 5p a) Determinați $a \in \mathbb{R}$ știind că funcția F este o primitivă a unei funcții f .



- 5p b) Calculați $\int_1^e F(x)dx$.
- 5p c) Demonstrați că funcția F este concavă pentru $x \in [1, \infty)$.

Simularea examenului de bacalaureat național 2018
Proba E. c) simulare -20.12.2017
M_șt.naturii

Filiera teoretică: profilul real, specializarea științele naturii.

Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.

Timpu efectiv de lucru este de 3 ore. La toate subiectele se cer rezolvări complete.

BAREM ORIENTATIV DE EVALUARE

Subiectul I

(30 puncte)

1.	$\lg(8 - 2\sqrt{6}) + \lg(8 + 2\sqrt{6}) = \lg(64 - 24) = \lg 40$	2p
	$\lg 40 - 2\lg 2 = \lg 40 - \lg 4 = \lg \frac{40}{4} = \lg 10$	2p
	$\lg 10 = 1 \in \mathbb{N}$	1p
2.	Trebuie $\Delta = 0$	1p
	$\Delta = 4m^2 - 4m - 8$	2p
	Din $4m^2 - 4m - 8 = 0$ se obține $m_1 = -1, m_2 = 2$.	2p
3.	Condiția $x^2 - 3x + 3 > 0 \Rightarrow x \in \mathbb{R}$	1p
	$\log_5(x^2 - 3x + 3) < \log_5 1$	1p
	$x^2 - 3x + 3 < 1 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 < 0$	1p
	Atașarea și rezolvarea ecuației. $x^2 - 3x + 2 = 0$; $x_1 = 1, x_2 = 2$	1p
	Soluția $x \in (1, 2)$	1p
4.	Cuburile perfecte de trei cifre sunt $5^3, 6^3, 7^3, 8^3, 9^3$	2p
	Numărul numerelor de trei cifre 900	2p
	$P = \frac{\text{Numar cazuri favorabile}}{\text{Numar cazuri posibile}} = \frac{5}{900} = \frac{1}{180}$.	1p
5.	Vectorii $\vec{u} = 4\vec{i} - 2\vec{j}$ și $\vec{v} = (m+1)\vec{i} + m\vec{j}$ sunt coliniari dacă $\frac{4}{m+1} = \frac{-2}{m}$	3p
	adică $6m = -2$	1p
	Deci, $m = -\frac{1}{3}$.	1p
6.	Din $\frac{BC}{\sin A} = 2R \Rightarrow BC = 2R \sin A$	3p
	se obține $BC = 4\sqrt{3}$.	2p

Subiectul II

(30 puncte)

1. a)	Pentru $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 6 & -4 \end{pmatrix}$, calcul direct $I_2 + A = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 6 & -3 \end{pmatrix}$	2p
	și $(I_2 + A)^2 = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 6 & -3 \end{pmatrix}$	3p



b)	Calcul $A^2 = A \cdot A = \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ -6 & 4 \end{pmatrix} = -A$	2p
	$A^3 = A^2 \cdot A = -A \cdot A = -A^2 = A$	2p
	Mulțimea $\{A^n \mid n \in \mathbb{N}^*\} = \{-A, A\}$ are 2 elemente.	1p
c)	$\det(2017 \cdot I_2 - A + A^2 - A^3 + \dots - A^{2107}) = \det(2017 \cdot I_2 - \underbrace{A - A + \dots - A}_{2017 \text{ ori}}) =$	2p
	$= \det(2017 \cdot I_2 - 2017A) = \det(2017(I_2 - A)) = 2017^2 \begin{vmatrix} -2 & 2 \\ -6 & 5 \end{vmatrix} =$	2p
	$= 2 \cdot 2017^2.$	1p
2. a)	f derivabilă pe mulțimea numerelor reale $\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = f'(1)$	3p
	$f'(x) = e^x(x^2 + 2x)$	1p
	$f'(1) = 3e$	1p
	Calcul direct	
b)	Element neutru: $(\exists)e \in \mathbb{R}$ a.î. $x \circ e = e \circ x = x, (\forall)x \in \mathbb{R}$. Se obține $e = -\frac{1}{2} \in \mathbb{R}$.	2p
	Elemente simetrizabile: pentru $x \in \mathbb{R}, (\exists)x' \in \mathbb{R}$ a.î. $x \circ x' = x' \circ x = -\frac{1}{2}$, se obține $x' = \frac{-4x - 3}{4x + 4} \in \mathbb{R}, (\forall)x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.	2p
	Mulțimea elementelor simetrizabile este $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.	1p
c)	Se observă că $x \circ (-1) = (-1) \circ x = -1, (\forall)x \in \{-100, -99, \dots, 99, 100\}$	3p
	$(-100) \circ (-99) \circ \dots \circ 0 \circ 1 \circ \dots \circ 100 = -1 < 0$	2p

Subiectul III

(30 puncte)

1. a)	$f'(x) = 2xe^x + x^2e^x = (x^2 + 2x)e^x$	3p
	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = f'(1) = 3e$	2p
b)	$f'(x) = 0 \Leftrightarrow (x^2 + 2x)e^x = 0$, de unde se obține $x_1 = -2, x_2 = 0$	2p
	Tabel de variație al funcției, de unde f este strict crescătoare pentru $x \in (-\infty, -2) \cup (0, \infty)$ și f este strict descrescătoare pentru $x \in (-2, 0)$	2p
	Punctele de extrem sunt $\left(-2, \frac{4}{e^2}\right)$ maxim și $(0, 0)$ minim.	1p
c)	Ecuția tangentei la graficul funcției f în punctul cu abscisa x_0 : $y - y_0 = m(x - x_0)$	1p
	$y_0 = f(x_0) = f(-1) = \frac{1}{e}$	1p
	$m = f'(x_0) = f'(-1) = -\frac{1}{e}$	2p
	Ecuția tangentei în $x_0 = -1$: $x + ey = 0$.	1p
2. a)	Funcția F este o primitivă a lui f dacă F este funcție derivabilă și $F'(x) = f(x), (\forall)x \in \mathbb{R} \Rightarrow F$ continuă	1p
	Continuitate în $x_0 = 1$: $l_s(1) = a - 1, l_d(1) = 1 = f(1) \Rightarrow a - 1 = 1$	3p



	$a = 2.$	1p
b)	$\int_1^e F(x)dx = \int_1^e (x + \ln x)dx = \int_1^e x dx + \int_1^e \ln x dx =$	2p
	$\int_1^e x dx + \int_1^e \ln x dx = \frac{x^2}{2} \Big _1^e + \int_1^e x' \ln x dx = \frac{e^2}{2} - \frac{1}{2} + x \ln x \Big _1^e - x \Big _1^e =$	2p
	$= \frac{e^2 + 1}{2}.$	1p
c)	$F''(x) = \left(1 + \frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2} < 0, (\forall) x \in [1, \infty)$	3p
	Se obține că F este concavă pentru $x \in [1, \infty)$	2p