INSPECTORATUL
ȘCOLAR JUDEȚEAN
HUNEDOARA

MINISTERUL EDUCAȚIEI NAȚIONALE

Simularea examenului de bacalaureat național 2018
Proba E. c) simulare 20.12.2017
Matematică M_tehnologic

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

Subiectul I **(30 de puncte)**

5p **1.** Arătați că $\left(2+\sqrt{2}\right)^2 \cdot 0{,}5-\sqrt{8}=3$.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3x^2-7x+2$. Să se determine numărul întreg a pentru care $f(a)=0$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\lg\left(2x^2+2\right)=1$.

5p **4.** După o scumpire cu 18% prețul unui obiect este de 177 lei. Calculați prețul obiectului înainte de scumpire.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3;-1)$, $B(1;3)$, $O(0;0)$ și M mijlocul segmentului AB. Arătați că dreptele OM și AB sunt perpendiculare.

5p **6.** Dacă $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ și $2\cdot\sin x-1=0$ arătați că $2\cdot\cos x=\sqrt{3}$.

Subiectul al II-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră matricele $A(x)=\begin{pmatrix} x & 1 \\ 7 & x+1 \end{pmatrix}$ și $I_2=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det\left(A(2)\right)=-1$.

5p **b)** Arătați că $A(x)+2\cdot I_2=A(x+2)$, pentru orice număr real x.

5p **c)** Determinați matricea $X\in M_2(\mathbb{R})$ pentru care $A(2)\cdot X=A(5)$.

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x\circ y=2xy-2x-2y+3\,(\forall)x,y\in\mathbb{R}$.

5p **a)** Arătați că $x\circ y=2(x-1)(y-1)+1$, $(\forall)x,y\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Determinați numărul rațional e astfel încât $x\circ e=x$, pentru orice număr real x.

5p **c)** Determinați numerele naturale n pentru care $n\circ 3<13$.

Subiectul al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția $f:(-1,\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+\frac{x-1}{x+1}$.

5p **a)** Arătați că derivata funcției f este $f'(x)=1+\frac{2}{(x+1)^2}$, pentru orice $x\in(-1,\infty)$.

5p **b)** Determinați ecuația asimptotei oblice spre $+\infty$ la graficul funcției f.

5p **c)** Demonstrați că funcția f este strict crescătoare pe $(-1,\infty)$.

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=4x^3-x$.

5p **a)** Arătați că $\int_1^2\left(x+f(x)\right)dx=15$.

5p **b)** Determinați primitiva F a funcției f pentru care $F(1)=2$.

5p **c)** Determinați numărul real pozitiv a pentru care $\int_1^a f(x)\,dx=-\frac{3}{4}$.

Str. Gh. Baritiu nr. 2, 330065 - DEVA, jud. HUNEDOARA
Tel: +4 (0) 254213315, +4 (0) 254215755
Fax: +4 (0) 254215034, +4 (0) 254220911
inspectorat@isj.hd.edu.ro
http://isj.hd.edu.ro

BAREM DE EVALAURE

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale;
profilul tehnic, toate calificările profesionale.

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

Subiectul I (30 de puncte)

1.	$\left(2+\sqrt{2}\right)^2 = 4+4\sqrt{2}+2 = 6+4\sqrt{2}$	**3p**
	$\left(6+4\sqrt{2}\right)\cdot 0{,}5-\sqrt{8} = 3+2\sqrt{2}-2\sqrt{2} = 3$	**2p**
2.	$\Delta = (-7)^2-4\cdot 3\cdot 2 = 25$	**2p**
	$a_1 = 2$, $a_2 = \frac{1}{3}$	**2p**
	soluția este $a = 2$	**1p**
3.	$2x^2+2>0$	**1p**
	$2x^2+2=10$	**1p**
	$x^2=4$	**1p**
	$x\in\{-2;2\}$	**2p**
4.	$x+\frac{18}{100}\cdot x = 177$, unde x este prețul obiectului înainte de scumpire	**2p**
	$x=\frac{17700}{118}$	**2p**
	$x = 150$ lei	**1p**
5.	$M(2;1)$	**1p**
	$m_{OM}=\frac{1}{2}$, $m_{AB}=-2$	**2p**
	$m_{OM}\cdot m_{AB} = -1 \Rightarrow OM\perp AB$	**2p**
6.	$\sin x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{\pi}{6}$	**3p**
	$\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow 2\cdot\cos x = \sqrt{3}.$	**2p**

Subiectul al II-lea (30 de puncte)

1. a)	$A(2) = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 7 & 3 \end{pmatrix} \Rightarrow \det\left(A(2)\right) = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 7 & 3 \end{vmatrix} =$	**2p**
	$= 6-7 = -1$	**3p**

b)	$A(x)+2\cdot I_2=\begin{pmatrix} x & 1 \\ 7 & x+1 \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}=$	2p
	$=\begin{pmatrix} x+2 & 1 \\ 7 & x+3 \end{pmatrix}=A(x+2)$	3p
c)	$\det A\neq 0,\ A(2)^{-1}=\begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 7 & -2 \end{pmatrix}$	3p
	$X=A(2)^{-1}\cdot A(5)=\begin{pmatrix} -8 & 3 \\ 21 & -5 \end{pmatrix}$	2p
2. a)	$2(x-1)(y-1)+1=2(xy-x-y+1)+1=$	3p
	$=2xy-2x-2y+2+1=x\circ y$	2p
b)	$2(x-1)(e-1)+1=x,\ (\forall)x\in\mathbf{R}$	2p
	$2(e-1)=1\Rightarrow e=\dfrac{3}{2}$, *pentru* $x\neq 1$	2p
	Pentru x=1 se verifică aceeași valoare a lui *e*.	1p
c)	$2\cdot n\cdot 3-2n-6+3<13$	2p
	$4n<16$	1p
	Răspuns: $n\in\{0;1;2;3\}$	2p

Subiectul al III-lea **(30 de puncte)**

1. a)	$f'(x)=x'+\dfrac{(x-1)'(x+1)-(x-1)(x+1)'}{(x+1)^2}=$	3p
	$=1+\dfrac{(x+1)-(x-1)}{(x+1)^2}=1+\dfrac{2}{(x+1)^2}$	2p
b)	$m=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{f(x)}{x}=\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{x-1}{x(x+1)}\right)=1$	2p
	$n=\lim\limits_{x\to\infty}(f(x)-x)=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x-1}{x+1}=1\ ;\ y=mx+n$	2p
	$\Rightarrow y=x+1$ asimptotă oblică spre $+\infty$ la graficul funcției f	1p
c)	$f'(x)>0,\ (\forall)x\in(-1,\infty)$	3p
	Rezultă că *f* este strict crescătoare pe $(-1,\infty)$	2p
2. a)	$\int_1^2 (x+f(x))\,dx=\int_1^2 (x+4x^3-x)\,dx=\int_1^2 4x^3\,dx=$	2p
	$=x^4\Big\|_1^2=2^4-1^4=15$	3p
b)	$F:\mathbf{R}\to\mathbf{R},\ F(x)=x^4-\dfrac{x^2}{2}+c$, unde $c\in\mathbf{R}$	3p
	$F(1)=2\Rightarrow c=\dfrac{3}{2}$, deci $F(x)=x^4-\dfrac{x^2}{2}+\dfrac{3}{2}$	2p
c)	$\int_1^a f(x)\,dx=\left(x^4-\dfrac{x^2}{2}\right)\Bigg\|_1^a=a^4-\dfrac{a^2}{2}-1+\dfrac{1}{2}$	2p

Str. Gh. Baritiu nr. 2, 330065 - DEVA, jud. HUNEDOARA
Tel: +4 (0) 254213315, +4 (0) 254215755
Fax: +4 (0) 254215034, +4 (0) 254220911
inspectorat@isj.hd.edu.ro
http://isj.hd.edu.ro

	$a^4-\frac{a^2}{2}-1+\frac{1}{2}=-\frac{1}{2} \Leftrightarrow 4a^4-2a^2=0 \Leftrightarrow a^2\left(2a^2-1\right)=0 \Leftrightarrow a=0, a=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}$	**2p**
	$a=\frac{\sqrt{2}}{2}$	**1p**