Simulare pentru Examenul de bacalaureat – 2018

Probă scrisă la matematică

Varianta 1

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p 1. Determinaţi numărul complex z ştiind că $z+2\overline{z}=6-i$.

5p 2. Calculaţi $(f\circ g)(-1)$, unde $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x^2-x+2$ şi $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, g(x)=x+1$.

5p 3. Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\lg^2 x-3\lg x+2=0$.

5p 4. Determinaţi câte numere naturale pare, de trei cifre distincte, se pot forma cu elemente ale mulţimii $\{0,1,2,3\}$.

5p 5. Dreptunghiul $ABCD$ de centru O are laturile $AB=8$ şi $BC=6$. Calculaţi modulul vectorului $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AO}+\overrightarrow{AD}$.

5p 6. Demonstraţi că, pentru orice număr real x, are loc egalitatea: $\cos(\pi+x)+\cos(\pi-x)+\cos x+\cos(2\pi-x)=0$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră matricea $A(m)=\begin{pmatrix} m & 1 & 1\\ 0 & m & 1\\ 0 & 0 & m\end{pmatrix}$, unde m este un număr real.

5p a) Calculaţi $\det(A(1))$.

5p b) Demonstraţi că $A(m)\cdot A(n)=A(n)\cdot A(m)$, oricare ar fi numerele reale m şi n.

5p c) Calculaţi $(A(1))^n$, unde n este un număr natural nenul.

2. Pe mulţimea numerelor reale, se defineşte legea de compoziţie $x*y=xy-3x-3y+12$.

5p a) Arătaţi că $x*y=(x-3)(y-3)+3$.

5p b) Determinaţi elementul neutru al legii "$*$".

5p c) Determinaţi numerele naturale *m, n, p,* ştiind că $m<n<p$ şi $m*n*p=29$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcţia $f:(1,\infty)\to\mathbb{R}, f(x)=\ln(x-1)-2\sqrt{x-1}$.

5p a) Arătaţi că $f'(x)=\dfrac{1-\sqrt{x-1}}{x-1}$, pentru orice număr real x, $x>1$.

5p b) Demonstraţi că tangenta la graficul funcţiei f, în punctul $(2,f(2))$, este paralelă cu axa Ox.

5p **c)** Demonstrați că $\ln\left(\sqrt{\frac{3}{2}}\right) < \sqrt{3} - \sqrt{2}$.

2. Se consideră funcția $f:(-\infty,0) \to \mathbb{R}, f(x) = x\sqrt{1-x}$.

5p **a)** Calculați $\int \frac{f^2(x)}{x}dx$.

5p **b)** Determinați numerele reale *a*, *b* și *c* astfel încât funcția $F:(-\infty,0) \to \mathbb{R}$, $F(x) = (ax^2 + bx + c)\sqrt{1-x}$ să fie o primitivă a funcției *f*.

5p **c)** Arătați că orice primitivă a funcției *f* este convexă pe $(-\infty,0)$.