



Olimpiada de matematica
Etapa locala- 18.02.2018
Clasa a V-a

Soluții si barem de corectare

Problema 1

Fie numerele:

a = (2 · 7^{x+2} + 5 · 7^{x+1} - 21 · 7^x) : 7^x

b = [3^{1+2+3+.....+30} + 2 · 3^{237} · 3^{228} + 6 · (3^{155})^3] : 3^{467}

c = ultima cifră a numărului 2^{2018}

Să se arate că numărul natural A= a + b^{2018} + 2c este pătrat perfect.

Soluție:

a = 7^x (2 · 7^2 + 5 · 7 - 21) : 7^x1p

a = 2 · 49 + 35 - 21

a = 1121p

b = [3^{30,31:2} + 2 · 3^{465} + 6 · 3^{465}] : 3^{467}

b = 12p

Dacă u(n) este ultima cifră a lui n:

u(2^{2018}) = u(2^2) = 42p

A = 112 + 1^{2018} + 2 · 4

A = 121 = 11^21p

Problema 2

Să se arate că suma numerelor naturale nenule care împărțite la 2018 dau restul de doua ori mai mare decât câtul, se poate scrie ca produsul a trei numere naturale consecutive.

Soluție:

Din teorema împărțirii cu rest, d= î · c + r, r< c ,rezultă

n = 2018 · c + 2c , 2c < 20182p

n = 2020 c , c < 10091p

Dacă S este suma cautată , atunci:

S = 2020 · 1+ 2020 · 2 ++ 2020 · 10082p

S = 2020 (1+2++1008) = 1008 · 1009 · 10102p

Problema3

Fie numărul natural n, n = abcd . Arătați că dacă a+c = b + d , atunci n este divizibil cu 11.

Soluție:

$$n = \overline{abcd} = 1000a + 100b + 10c + d \dots\dots\dots 1p$$

$$n = 1001a - a + 99b + b + 11c - c + d \dots\dots\dots 2p$$

$$n = 11(91a + 9b + c) + b + d - (a + c) \dots\dots\dots 2p$$

$$n = 11(91a + 9b + c), \text{ adică } n \text{ divizibil cu } 11 \dots\dots\dots 2p$$

Problema 4

La o florărie s-au primit flori in valoare de 200 lei. In prima zi s-au vândut 13 garoafe si 12 trandafiri, iar a doua zi 20 garoafe si 14 trandafiri. Constată că a doua zi s-au incasat cu 22 lei mai mult decât in prima zi. Dacă s-ar vinde si restul florilor primite s-ar mai incasa 30 de lei.

a) Câți lei costă un trandafir si câți lei costă o garoafă?

b) Câte flori mai sunt de vândut, stiind că numărul garoafelor rămase este cu 3 mai mare decât numărul trandafirilor?

Solutie:

a) $200 - 30 = 170$ lei incasati in cele doua zile.....1p

Metoda figurativa:

$$(170 - 22) : 2 = 74 \text{ lei incasati in prima zi}$$

$$74 + 22 = 96 \text{ lei incasati a doua zi}.....2p$$

Metoda comparatiei:

$$13 \text{ garoafe}.....12 \text{ trandafiri}.....74 \text{ lei}$$

$$20 \text{ garoafe}.....14 \text{ trandafiri}.....96 \text{ lei}$$

$$\text{O garoafa costa } 2 \text{ lei, iar un trandafir costa } 4 \text{ lei}.....2p$$

b) 7 garoafe si 4 trandafiri.....2p