MINISTERUL EDUCAȚIEI NAȚIONALE

INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN GORJ

Olimpiada de matematica
Etapa locala- 18.02.2018
Clasa a VIII-a

Soluții si barem de corectare

Problema 1.

a) $21-4\sqrt{5}=\left(2\sqrt{5}-1\right)^2$

$a=\sqrt{5}+1$..2p

$b=3-\sqrt{5}$..2p

b)

$m=-2,\ n=1$..3p

Problema 2

1a).$n^2<n(n+1)$..1p

$\frac{1}{n^2}>\frac{1}{n(n+1)}$..1p

b) $\frac{3}{2}+\frac{3}{8}+\frac{3}{18}+\frac{3}{32}+\cdots+\frac{3}{2\cdot 2018^2}=\frac{3}{2}\left(\frac{1}{1^2}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{4^2}+\right.$

$\left.\cdots.+\frac{1}{2018^2}\right)>$...............................1p

$>\frac{3}{2}\left(\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 4}+\frac{1}{4\cdot 5}+\right.$

$\left.\cdots.+\frac{1}{2018\cdot 2019}\right)=$..1p

$=\frac{3}{2}\left(\frac{1}{1}-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\cdots+\frac{1}{2018}-\right.$

$\left.\frac{1}{2019}\right)$..1p

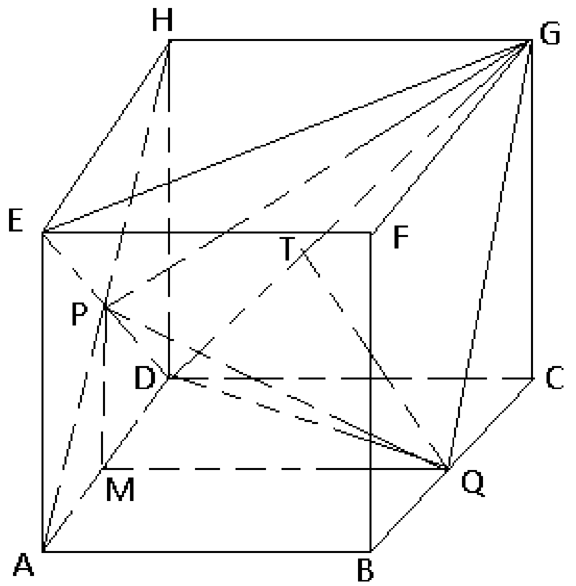
$=\frac{3}{2}\left(\frac{1}{1}-\frac{1}{2019}\right)=\frac{3}{2}\cdot\frac{2018}{2019}=$

$\frac{1009}{673}>$..1p

$>$

$\frac{7}{5}$..1p

Problema 3



$a)$ ΔDGE este echilateral, P este mijlocul $(ED) \Longrightarrow (GP)$ mediană și înălțime

$\Longrightarrow GP = \frac{EG\sqrt{3}}{2} = 9\sqrt{6}cm$ 1p

Fie $PM \perp AD \Longrightarrow \Delta$PMQ este dreptunghic in $\measuredangle M$ și $PQ^2 = PM^2 + MQ^2 \Longrightarrow PQ = 9\sqrt{5}cm$ 2p

b)$QG = QD = QP = 9\sqrt{5}\,cm$.

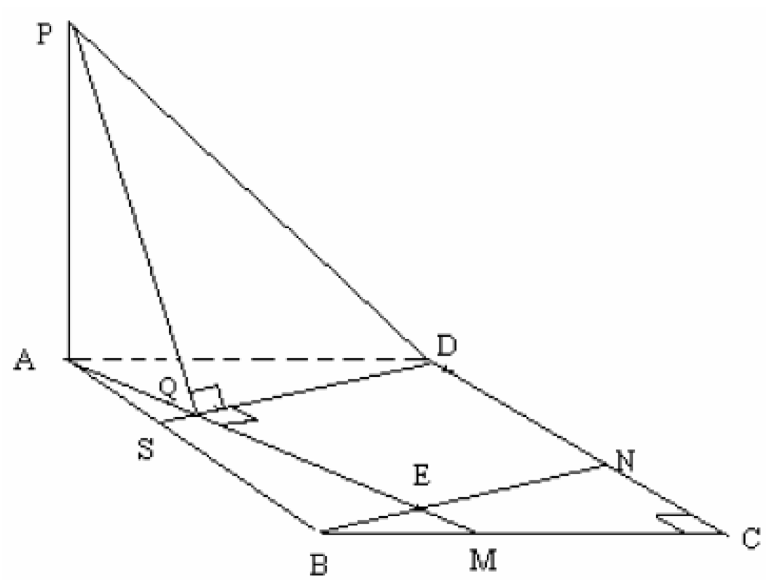
....1p

Proiecția punctului Q pe planul $(GPD) = (EGD)$ este centrul cercului circumscris ΔPDG adică mijlocul lui DG(GD^2=GP^2+PD^2)... 2p

Fie T mijlocul segmentului $(DG) \Longrightarrow QT \perp TG$.

În ΔQTG: $TG = \frac{DG}{2} = 9\sqrt{2}cm,\;\; QG = 9\sqrt{5}cm \Rightarrow QT = 9\sqrt{3}cm$ iar $d\big(Q,(EGD)\big) = 9\sqrt{3}cm$ 1p

Problema 4



Construim $QS \parallel EB$, $S \in AB$.

Conform teoremei lui Thales, rezulta că $\frac{AS}{AB} = \frac{1}{4}$.

de unde rezulta că $AS = \frac{a}{4}$, $SB = \frac{3a}{4} = DN$, de unde rezultă că patrulaterul $BSDN$ este paralelogram, deci $DS \parallel NB$, adică D, Q, S sunt coliniare..2p

$\Delta ASD \equiv \Delta BMA \Longrightarrow m(\sphericalangle ADS) = m(\sphericalangle BAM) = 90^0 - m(\sphericalangle DAQ)$, de unde rezultă ca triunghiul AQD este dreptunghic în Q, deci $AQ \perp DS$.
....2p

Din teorema celor trei perpendiculare rezulta că $PQ \perp DS$, deci $m[\sphericalangle((PDQ),(ABC))] = m(\sphericalangle PQA) = 30^0$ și deci $tg(\sphericalangle PQA) = \frac{AP}{AQ} = \frac{\sqrt{3}}{3}$..1p

$\Delta AQS \sim \Delta ABM \Longrightarrow \frac{AQ}{AB} = \frac{AS}{AM} \Longrightarrow AQ = \frac{a\sqrt{17}}{17} \Longrightarrow AP = AQ \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{a\sqrt{51}}{51}$...2p