



OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

Etapa locală 18.02. 2018

Clasa a VI-a

1. Se dau numerele:

$$a = \left(1 + \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{3}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{4}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 + \frac{1}{103}\right),$$

$$b = 2002^2,$$

$$c = 1 + 3^1 + 3^2 + \dots + 3^{2015}.$$

a) Să se demonstreze că a divide b ;

b) Să se afle cel mai mare divizor comun al numerelor a, b, c .

2. Numărul 2^n ($n \in \mathbf{N}$) are 90 de cifre. Arătați că una dintre cifre se repetă de cel puțin 10 ori.

3. Fie punctul $B \in \text{Int}(\widehat{AOC})$, astfel încât $m(\widehat{AOB}) < m(\widehat{BOC})$. Dacă $[OD]$, $[OE]$, $[OP]$ sunt bisectoarele unghiurilor \widehat{AOB} , \widehat{AOC} respectiv \widehat{BOC} , arătați că:

a) $m(\widehat{BOC}) = 2 \cdot m(\widehat{EOD})$;

b) $2 \cdot m(\widehat{POE}) = m(\widehat{AOB})$;

4. Se dau punctele A, B, C, D, E pe dreapta d astfel încât $AC = 2\text{cm}$, $AB = 6\text{cm}$, E mijlocul segmentului $[AD]$, $[CB] \equiv [ED]$ și $D \in [AB]$.

a) Stabiliți ordinea punctelor pe dreaptă (studiați toate cazurile posibile);

b) Demonstrați că segmentele $[AB]$ și $[CE]$ au același mijloc.

1. Timpul efectiv de lucru este de 2 ore;

2. Toate problemele sunt obligatorii;

3. Fiecare problemă se notează de la 0 la 7