MINISTERUL EDUCAȚIEI NAȚIONALE

INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN GORJ

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
Etapa locală 18.02. 2018
Clasa a VII-a

PROBLEMA 1
Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația :

$$\frac{x-1}{1000}+\frac{x-2}{999}+\frac{x-3}{998}+\cdots+\frac{x-1000}{1}=1000$$

PROBLEMA 2

a) Fie $k \geq 2$ un număr natural și

$$n=k^{901}\cdot\left(\frac{1}{1+2+\cdots+k}+\frac{1}{1+2+\cdots k+(k+1)}+\cdots+\frac{1}{1+2+\cdots+(2k-1)}\right)$$

Determinați $x \in Q$ astfel încât $\dfrac{4n}{k^{533}}=\dfrac{k^{367}}{x^2}$.

b) Fie $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{104}$ numere raționale , astfel încât :
$a_1+a_2+a_3+\ \ldots+a_{104}=208^2$.

Demonstrați că : $|1-a_1|+|3-a_2|+|5-a_3|+\cdots+|207-a_{104}| \geq 3\cdot 104^2$

PROBLEMA 3

În triunghiul ABC , $AD \perp BC$, $D \in (BC)$. Bisectoarea unghiului ABC intersectează AD în E și perpendiculara în A pe AB în punctul F . Demonstrați că :

a) Triunghiul AEF este isoscel
b) $\frac{BF}{BE}=\frac{AE}{ED}$

PROBLEMA 4

Fie O un punct în interiorul triunghiului ABC și M simetricul punctului O față de mijlocul laturii $[AB]$. Dacă P este mijlocul segmentului $[OC]$, N este mijlocul laturii $[AB]$ și $MP \cap CN=\{G\}$, demonstrați că :

a) Patrulaterul AOBM este paralelogram
b) G este centrul de greutate al triunghiului ABC
c) Dacă $CM \cap AB=\{Q\}$ și $CM \cap OB=\{R\}$ determinați natura patrulaterului NPRQ

1.Timpul efectiv de lucru este de 3 ore;
2.Toate problemele sunt obligatorii;
3.Fiecare problemă se notează de la 0 la 7.