

Examenul de bacalaureat național 2018

Proba E. c)

Matematică $M_mate-info$

Clasa a XII-a

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Calculați partea întreagă a numărului real $a = \sqrt[3]{125} + \sqrt{5}$.
- 5p** 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + m$, unde m este număr real. Determinați numărul real m , știind că $(f \circ f)(x) = f(x+1)$, pentru orice număr real x .
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale inecuația $\left(\frac{2}{3}\right)^{4x+1} \leq \left(\frac{2}{3}\right)^{3x+5}$.
- 5p** 4. Determinați numărul de submulțimi cu cel puțin trei elemente ale mulțimii $A = \{0, 1, 2, \dots, 9\}$.
- 5p** 5. Se consideră triunghiul MNP cu $MN = 6$, $MP = 8$ și $m(\sphericalangle M) = 90^\circ$. Calculați lungimea vectorului $\vec{u} = \vec{MN} + \vec{MP}$.
- 5p** 6. Determinați numărul real x , știind că $\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x + 2 = 0$ și $x \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(x) = \begin{pmatrix} x & 0 & 2x-1 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 2x-1 & 0 & x \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
- 5p** a) Determinați numerele reale x pentru care $\det(A(x)) = 0$.
- 5p** b) Demonstrați că $A(x) + A(1-x) = 2A\left(\frac{1}{2}\right)$, pentru orice număr real x .
- 5p** c) Determinați numărul real x pentru care $A(x) \cdot A(1-x) = \frac{1}{2}A\left(\frac{1}{2}\right)$.
2. Pe mulțimea $\mathbb{Z}_{20} = \{\hat{0}, \hat{1}, \hat{2}, \dots, \hat{19}\}$ se definește legea de compoziție $x \circ y = xy + \hat{3}x + \hat{3}y + \hat{9}$.
- 5p** a) Demonstrați că $x \circ y = (x + \hat{3})(y + \hat{3})$, pentru orice $x, y \in \mathbb{Z}_{20}$.
- 5p** b) Determinați $a \in \mathbb{Z}_{20}$, știind că $a \circ x = \hat{0}$ pentru orice $x \in \mathbb{Z}_{20}$.
- 5p** c) Dați exemplu de $a, b \in \mathbb{Z}_{20} \setminus \{\hat{17}\}$ pentru care $a \circ b = \hat{0}$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x^2 - \sqrt{x}$.
- 5p** a) Arătați că $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 1}{x - 1} = \frac{7}{2}$.
- 5p** b) Determinați imaginea funcției f .
- 5p** c) Demonstrați că $2e^{2x} - e^{\frac{x}{2}} + \frac{3}{8} \geq 0$, pentru orice număr real x .

2. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \operatorname{arctg} x$.

5p a) Arătați că $\int_0^1 f(\operatorname{tg} x) dx = \frac{1}{2}$.

5p b) Calculați $\int_0^1 \frac{f(x)}{x^2 + 1} dx$.

5p c) Demonstrați că $\frac{\pi}{4} - \frac{1}{n+2} \leq (n+1) \int_0^1 x^n f(x) dx \leq \frac{\pi}{4} - \frac{1}{2(n+2)}$, pentru orice număr natural nenul n .