Examenul de bacalaureat național 2018
Proba E. c)
Matematică *M_şt-nat*
Clasa a XI-a

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiinţe ale naturii

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p **1.** Arătați că numărul $N=\log_5 7+\log_5 35-2\log_5 \frac{7}{25}$ este natural.

5p **2.** Știind că $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+2$, calculați $S=(f\circ f)(1)+(f\circ f)(2)+\ldots+(f\circ f)(10)$.

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_2\left(x^2+1\right)+3=\log_2\left(7x^2+9\right)$.

5p **4.** Determinaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea $A=\left\{i, i^2, i^3, i^4\right\}$, unde $i^2=-1$, acesta să fie număr real.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $M(1,n)$, $N(n,3)$ și $P(2n,5)$, unde n este număr natural. Știind că vectorii $\overrightarrow{MN}$ și $\overrightarrow{MP}$ sunt coliniari, determinați numărul natural n.

5p **6.** Arătați că $\sin\left(x-\frac{\pi}{3}\right)+\cos\left(x+\frac{\pi}{6}\right)=0$, pentru orice număr real x.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Se consideră matricele $I_3=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$ și $X(a)=\begin{pmatrix}2&4&1\\3&9&1\\a&a^2&1\end{pmatrix}$, unde a este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det\left(X(-1)\right)=12$.

5p **b)** Determinați numerele reale a pentru care $\det\left(X(a)-I_3\right)=0$.

5p **c)** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,4)$, $B(3,9)$ și $C\left(a,a^2\right)$, unde a este număr natural. Determinați numerele naturale a pentru care ABC este triunghi și are aria mai mică decât 3.

2. Se consideră matricea $M(x)=\begin{pmatrix}1+3x&3x\\-3x&1-3x\end{pmatrix}$, unde x este număr real.

5p **a)** Demonstrați că $M(x)M(y)=M(x+y)$, pentru orice numere reale x și y.

5p **b)** Determinați inversa matricei $M(x)$, unde x este număr real.

5p **c)** Determinați numărul real pozitiv x pentru care are loc egalitatea $M\left(\sqrt{x}\right)M\left(\sqrt{x+5}\right)=M(5)$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{x^2-x-2}{x}$.

5p **a)** Calculaţi $\lim\limits_{x\to 2}\frac{f(x)}{x-2}$.

5p **b)** Determinați ecuaţia asimptotei oblice spre $+\infty$ la graficul funcției f.

5p **c)** Demonstrați că există un singur număr natural nenul m pentru care $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(mx)}{f(x)}=m^2-m$.

2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases}x^2-ax+2a-4, & x\in(-\infty,2)\\ 2^{x-1}-2, & x\in[2,+\infty)\end{cases}$, unde a este număr real.

5p **a)** Arătați că $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{4f(x)}{(1-2x)^2}=1$, pentru orice număr real a.

5p **b)** Demonstrați că funcţia f este continuă pe $\mathbb{R}$, pentru orice număr real a.

5p **c)** Demonstrați că, pentru orice număr real a, $a<3$, ecuația $f(x)=0$ are cel puțin o soluție în intervalul $(1,3)$.