TEZĂ LA MATEMATICĂ PE SEMESTRUL II
Clasa a XII-a M*atmatică-Informatică*
10.05.2018

Filiera teoretică, profilul real, specializarea Matematică-informatică.
• Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.
• La toate subiectele se cer rezolvări complete. Se acordă 10 puncte din oficiu.

SUBIECTUL I(30 de puncte)

5p **1.** Să se determine numerele reale x, y astfel încât $(x+2)+(3y-1)i=4+5i$..

5p **2.**. Se consideră funcțiile $f\,,g\colon\mathbb{R}\longrightarrow\mathbb{R}\,,f(x)=x^2+5\,,g(x)=mx+1\,,m\in\mathbb{R}$; Determinați valorile parametrului real m pentru care graficele asociate celor două funcții au un singur punct comun.

5p **3.** Să se rezolve în $\mathbb{R}$ ecuaţia $\log_2^2 x+\log_2 x=2$.

5p **4.** Să se determine probabilitatea ca alegând un număr din mulţimea numerelor naturale de două cifre, acesta să fie pătrat perfect.

5p **5.** În sistemul cartezian de coordonate xOy se consideră punctele A(2,−1), B(-1,1) şi C(1,3). Să se determine ecuaţia dreptei care trece prin punctul C şi este paralelă cu mediatoarea segmentului AB.

5p **6.** Dacă $AB=4\,,BC=6\,,CA=2\sqrt{7}$, calculați raza cercului circumscris triunghiului ABC .

SUBIECTUL al II-lea(30 de puncte)

1. Se consider sistemul $\begin{cases} x+y+z=1 \\ ax+y+z=1 \\ a^2x+ay+z=a \end{cases}$,unde $a\in\mathbb{R}$.

5p **a)** Calculați determinantul matricei sistemului.

5p **b)** Să se arate că sistemul este compatibil pentru orice valoare a parametrului a.

5p **c)** Pentru $a=1$ și $z=3$, aflați soluția$(x_0,y_0,3)$ cu componentele în progresie aritmetică.

2. Fie $a,b\in\mathbb{R}$ și polinomul $f=X^{30}-3X^{20}+aX^{10}+3x^5+ax+b\in\mathbb{R}[X]$.

5p **a)** Să se arate că restul împărţirii polinomului f la $X+1$ nu depinde de a.

5p **b)** Să se determine *a* şi *b* astfel încât restul împărţirii polinomului f la X^2-X să fie X.

5p **c)** Să se determine *a* şi *b* astfel încât polinomul f să fie divizibil cu $(X-1)^2$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcția. $f\colon\mathbb{R}\backslash\{1\}\longrightarrow\mathbb{R}, f(x)=\frac{e^x}{x+1}$

5p **a)** Să se verifice că $f'(x)=\frac{xe^x}{(x+1)^2}$,$\forall x\in\mathbb{R}\backslash\{1\}$

5p **b)** Să se determine ecuaţia asimptotei către $-\infty$ la graficul funcţiei *f*.

5p **c)** Să se demonstreze că $f(x)\geq 1$, pentru $\forall x>-1$.

2. Se consideră funcția $f\colon(0,\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases}\ln x, x\in(0,e] \\ x-e+1, x\in(e,\infty)\end{cases}$.

5p **a)** Arătați că f admite primitive pe $(0,\infty)$.

5p **b)** Aflaţi aria domeniului plan cuprins între graficul funcţiei $h\colon[1,e]\to\mathbb{R}$, $h(x)=x\cdot f(x)$, axa Ox și dreptele de ecuații $x=1$ și $x=e$.

5p **c)** Să se calculeze volumul corpului obținut prin rotirea în jurul axei *Ox* a graficului funcției $g\colon[3;4]\to\mathbb{R}$, unde $g(x)=f(x)+e$.