

Examenul de bacalaureat național 2016
PROBA E.c)Matematică M_mate-info
Clasa a XII-a - Simulare, 10 mai 2016

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- La toate subiectele se cer rezolvări complete. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.

SUBIECTUL I (30 de puncte)

- 5p** 1. Arătați că numărul $a = 3(3-2i)+2(5+3i)$ este real.
- 5p** 2. Determinați coordonatele vârfului parabolei asociate funcției $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, f(x) = x^2 - 6x + 8$.
- 5p** 3. Să se rezolve ecuația $\log_2(x+2) - \log_2(x+1) = 1$.
- 5p** 4. Se consideră mulțimea $A = \{1, 2, 3\}$. Să se determine probabilitatea ca alegând un număr de două cifre format cu elementele mulțimii A , acestea să nu aibă cifrele egale.
- 5p** 5. Se consideră punctele A, B, C astfel încât $\vec{AB} = 4\vec{i} - 3\vec{j}$ și $\vec{BC} = 2\vec{i} - 5\vec{j}$. Determinați lungimea vectorului \vec{AC} .
- 5p** 6. Să se calculeze $\sin^2 25^\circ + \sin^2 65^\circ$.

SUBIECTUL al II-lea(30 de puncte)

- 5p** 1. Se consideră sistemul de ecuații
$$\begin{cases} x + 4y + 4z = 15 \\ 3x + (a + 4)y + 5z = 22 \\ 3x + 2y + (3 - a)z = 16 \end{cases}$$
- 5p** a) Calculați determinantul matricei asociate sistemului;
- 5p** b) Determinați numărul real x , știind că $A^2 = xA$.
- 5p** c) Determinați $a \in \mathbf{R}$ și soluția (x_0, y_0, z_0) a sistemului cu proprietatea $y_0 + z_0 = 3$.
2. Se consideră polinoamele $f, g \in \mathbf{R}[x], f = (x-1)^{10} + (x-2)^{10}$ și $g = x^2 - 3x + 2$.
- 5p** a) Descompuneți g în factori ireductibili;
- 5p** b) Demonstrați că g nu divide f ;
- 5p** c) Determinați câtul și restul împărțirii polinomului f la polinomul g .

SUBIECTUL al III-lea(30 de puncte)

- 5p** 1. Se consideră funcția $f: (0, \infty) \rightarrow \mathbf{R}, f(x) = \frac{e^x}{x+e^x}$
- 5p** a) Arătați că $f'(x) = \frac{(x-1)e^x}{(x+e^x)^2}$, pentru orice $x \in (0, \infty)$.
- 5p** b) Determinați ecuația asimptotei spre $+\infty$ la graficul funcției f .
- 5p** c) Demonstrați că $f(x) \geq \frac{e}{e+1}$, pentru orice $x \in (0, \infty)$.
2. Pentru fiecare număr natural nenul n se consideră numerele $I_n = \int_0^1 x^n \sqrt{1-x^2} dx$ și $J_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^n x dx$.
- 5p** a) Calculați J_1 ;
- 5p** b) Calculați I_1 ;
- 5p** c) Demonstrați că $J_{2n} - J_{2n+2} = I_{2n}$ pentru orice număr real nenul.

Examenul de bacalaureat național 2016

Proba E. c)

Matematică *M_mate-info*

Clasa a XII-a

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică**Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică*

-Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.

-Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

-Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total obținut

pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$3(3-2i)=9-6i$ $2(5+3i)=10+6i$ $a=19 \in \mathbb{R}$	2p 2p 1p
2.	$x_v=3; y.1$	5p
3.	$\frac{x+2}{x+1}=2$ $x=0$	3p 2p
4.	$P=\frac{2}{3}$	5p
5.	$AC=AB+BC=6i-8j$ $AC=\sqrt{6^2+(-8)^2}=10$	3p 2p
6.	$\sin(90^\circ-x)=\cos x; \sin(90^\circ-25^\circ)=\cos 65^\circ$ $\sin^2 65^\circ + \cos^2 65^\circ = 1$	2p 3p

SUBIECTUL II (30 de puncte)

1.a	$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 4 \\ 3 & a+4 & 5 \\ 3 & 2 & 3-a \end{pmatrix}$ $\det A = -a^2 - a + 2$	2p 3p
1.b	pentru $a \in \mathbb{R} \setminus \{1; -2\}$ sistemul este compatibil determinat	5p
1.c	$\Delta_{y_0} = 23a+4$ $\Delta_{z_0} = -29a+2$ $y_0+z_0=3$ atunci $3a^2-3a=0$ pentru $a=0$ avem soluția $(x_0, y_0, z_0) = (3, 2, 1)$ pentru $a=1$ sistem incompatibil	1p 1p 1p 1p 1p
2.a	$g(x)=0; x_1=1; x_2=2$	5p
2.b	$f(x_1) \neq 0$ $f(x_2) \neq 0$ g nu divide f	2p 2p 1p

2.c	$r=ax+b$ $a=0$ $b=1; r=1$	1p 2p 2p
-----	---------------------------------	----------------

SUBIECTUL III (30 de puncte)

1.a	verificare	5p
1.b	$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 1$ Ecuația asimptotei spre $+\infty$ la graficul funcției f este $y=1$	3p 2p
1.c	$f'(x)=0; f'(x) \leq 0$ pentru $x \in (0,1]$ și $f'(x) \geq 0$, pentru $x \in [1,+\infty)$ $f(x) \geq f(1)$ avem $f(x) \geq \frac{e}{e+1}$, pentru orice $x \in (0,+\infty)$	2p 3p
2.a	$J_1 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \, dx = -\cos \frac{\pi}{2} + \cos 0 = 1$	5p
2.b	$I_1 = \int_0^1 x \sqrt{1-x^2} \, dx = \frac{1}{3} \sqrt{(1-x^2)^3} = \frac{1}{3}$	5p
2.c	$J_{2n} - J_{2n+2} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^{2n} x \cos^2 x \, dx$ Cu schimbarea de variabilă $\sin x = t$ obținem $J_{2n} - J_{2n+2} = \int_0^1 t^{2n} \sqrt{1-t^2} \, dt = I_{2n}$	2p 3p