Examenul de bacalaureat național 2018
Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*
Clasa a XI-a

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Determinați numărul complex z, știind că $2\overline{z}+iz=4+5i$, unde $\overline{z}$ este conjugatul lui z.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3-2x$. Determinați valorile reale ale lui x pentru care $(f\circ f)(x)<x$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $3^{x^2+1}\cdot\sqrt[3]{27}=3^3$.

5p **4.** Calculați probabilitatea ca, alegând o submulțime dintre submulțimile cu două elemente ale mulțimii $A=\{0,1,2,3,4,5\}$, aceasta să conțină numai numere pare.

5p **5.** Se consideră dreptunghiul $ABCD$ cu $AB=8$, $AD=4$ și punctul M, mijlocul laturii CD. Calculați lungimea vectorului $\vec{v}=\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{BM}$.

5p **6.** Se consideră $E(x)=\sin\frac{2x}{3}-\cos\frac{8x}{3}$, unde x este număr real. Arătați că numărul $E\left(\frac{\pi}{4}\right)$ este natural.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră matricele $I_3=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$ și $A(a)=\begin{pmatrix}a^2+a&a^2-a&1\\a^2-a&a^2+a&1\\0&0&1\end{pmatrix}$, unde a este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det(A(-2))=-32$.

5p **b)** Determinați valorile reale ale lui x pentru care $\det(A(x)-xI_3)\geq 0$.

5p **c)** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $P_a\left(a^2+a,a^2-a\right)$, unde a este număr real. Demonstrați că pentru orice număr real nenul a, punctele P_a, P_{-a} și O **nu** sunt coliniare.

2. Se consideră matricea $M(x)=\begin{pmatrix}1&0&x\\0&2^x&0\\0&0&1\end{pmatrix}$, unde x este număr real.

5p **a)** Demonstrați că $M(x)\cdot M(-x)=M(0)$, pentru orice număr real x.

5p **b)** Calculați inversa matricei $M(x)$, $x\in\mathbb{R}$.

5p **c)** Arătați că $\det(M(1)+M(2)+\ldots+M(n))=2n^2\left(2^n-1\right)$, pentru orice număr natural nenul n.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția $f:(-1,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{x^2+2x}{(x+1)^2}$.

5p **a)** Calculați $\lim\limits_{x\to 0}\frac{f(x)}{x}$.

5p **b)** Determinați ecuația asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcției f.

5p **c)** Demonstrați că șirul $(a_n)_{n\geq 1}$ cu $a_n=f(1)\cdot f(2)\cdot f(3)\cdot\ldots\cdot f(n)$ este descrescător.

2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases}2^x+\sin(x-1)+m, & x\le 1\\ \dfrac{\sqrt{3x-2}-1}{x^2-1}, & x>1\end{cases}$, unde m este număr real.

5p **a)** Arătați că $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ x>1}} f(x)=\dfrac{3}{4}$.

5p **b)** Determinați numărul real m pentru care funcţia f este continuă pe $\mathbb{R}$.

5p **c)** Pentru $m=-\dfrac{5}{4}$, demonstrați că ecuația $f(x)=0$ are cel puțin o soluție în intervalul $(0,2)$.