

Examenul de bacalaureat național 2018

Proba E. c)

Matematică *M\_șt-nat*

Varianta 5

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că  $1 + i + (i-1)(1+i) - (i-1) = 0$ , unde  $i^2 = -1$ .
- 5p 2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 - 2x + 1$ . Calculați  $(f \circ f)(1)$ .
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $\log_2(x^2 - 5x + 7) = \log_2 3$ .
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale pare de două cifre, acesta să fie divizibil cu 5.
- 5p 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(2,3)$ ,  $B(-2,1)$ ,  $C(4,3)$  și  $D(8,5)$ . Demonstrați că patrulaterul  $ABCD$  este paralelogram.
- 5p 6. Arătați că  $\sin x + 3\cos x = 2\sqrt{2}$ , știind că  $\operatorname{tg} x = 1$  și  $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ .

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea  $X(a) = \begin{pmatrix} a & 5 \\ 1 & a \end{pmatrix}$ , unde  $a$  este număr real.
- 5p a) Arătați că  $\det(X(1)) = -4$ .
- 5p b) Demonstrați că  $X(-a) + X(a) = X(-2018) + X(2018)$ , pentru orice număr real  $a$ .
- 5p c) Determinați perechile de numere reale  $(a, b)$  pentru care  $X(a)X(b) = X(a) + X(b)$ .
2. Se consideră polinomul  $f = X^3 - 2X^2 - X + m$ , unde  $m$  este număr real.
- 5p a) Pentru  $m = 2$ , arătați că  $f(2) = 0$ .
- 5p b) Arătați că, dacă polinomul  $f$  se divide cu  $X + 1$ , atunci polinomul  $f$  se divide cu  $X^2 - 3X + 2$ .
- 5p c) Determinați numărul real nenul  $m$ , știind că  $\frac{x_1}{x_2 x_3} + \frac{x_2}{x_3 x_1} + \frac{x_3}{x_1 x_2} = 6$ , unde  $x_1, x_2$  și  $x_3$  sunt rădăcinile polinomului  $f$ .

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția  $f: (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{x}{x+1} + \frac{x+1}{x+2} + \frac{x+2}{x+3}$ .
- 5p a) Arătați că  $f'(x) = \frac{1}{(x+1)^2} + \frac{1}{(x+2)^2} + \frac{1}{(x+3)^2}$ ,  $x \in (-1, +\infty)$ .
- 5p b) Determinați ecuația asimptotei orizontale spre  $+\infty$  la graficul funcției  $f$ .
- 5p c) Determinați imaginea funcției  $f$ .
2. Se consideră funcția  $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 3x^2 + 2x + 1 + \ln x$ .
- 5p a) Arătați că  $\int_1^2 (f(x) - \ln x) dx = 11$ .
- 5p b) Arătați că  $\int_1^e \frac{f(x)}{x} dx = \frac{3e^2 + 4e - 4}{2}$ .
- 5p c) Determinați numărul real  $a$ ,  $a > 1$ , știind că suprafața plană delimitată de graficul funcției  $f$ , axa  $Ox$  și dreptele de ecuații  $x = 1$  și  $x = a$  are aria egală cu  $a^3 + a^2 + a - 2$ .