

TEST DE EVALUARE ÎNȚIALĂ

Disciplina Matematică

<https://profesorjitaruionel.com>

Clasa a XII-a M2

MODEL

- Pentru rezolvarea corectă a tuturor cerințelor din Partea I și din Partea a II-a se acordă 90 de puncte. Din oficiu se acordă 10 puncte.
- Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul de lucru efectiv este de 50 minute.

PARTEA I La exercițiul 1 stabiliți valoarea de adevăr corespunzătoare fiecărei propoziții matematice. La exercițiile 2, 3, 4 scrieți litera corespunzătoare răspunsului corect. (40 de puncte)

1. Pentru fiecare dintre propozițiile matematice următoare scrieți (A) dacă aceasta este adevărată și (F) dacă aceasta este falsă:
- 2p a) $\det(A \cdot B) = \det A \cdot \det B$, oricare ar fi $A, B \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$
- 2p b) $AB = BA$, oricare ar fi $A, B \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$
- 2p c) $(AB)C = A(BC)$, oricare ar fi $A, B, C \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$
- 2p d) $A^t A = {}^t A A = I_2$, oricare ar fi $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$
- 2p e) $\{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) \mid \det A \neq 0\} = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) \mid A \text{ este inversabilă}\}$.
- 10p 2. Se consideră matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$. Numărul $\det(A - 2I_3)$ este egal cu:
- A. -4 B. -2 C. 0 D. 4
- 10p 3. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2e^x + \sqrt{x} + \ln x$. Derivata $f'(x)$ este egală cu:
- A. $2e^x + \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{x}$ B. $2e^x + \frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{1}{x}$ C. $e^x + \frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{x}$ D. $e^x + \frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{1}{x}$
- 10p 4. Se consideră funcția $g: \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right) \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = x \sin x + 3 \operatorname{tg} x$. Derivata $g'(x)$ este egală cu:
- A. $\sin x + x \cos x + \frac{3}{\cos^2 x}$ B. $1 + \cos x + \frac{3}{\operatorname{tg} x}$ C. $\sin x + x \cos x - \frac{1}{\cos^2 x}$ D. $\sin x - x \cos x + \frac{1}{\cos^2 x}$

PARTEA a II-a La următoarele probleme se cer rezolvări complete. (50 de puncte)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ și $B = \begin{pmatrix} 3 & -3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$.
- 10p a) Arătați că $A \cdot B = -3I_2$.
- 10p b) Determinați inversa matricei A .

2. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} \frac{x-1}{x-2}, & x \leq 0 \\ \frac{x+1}{x+2}, & x > 0 \end{cases}$.

10p a) Verificați dacă funcția f este continuă în punctul $x_0 = 0$.

10p b) Determinați intervalele de monotonie ale funcției f .

10p c) Arătați că $f(x) \in \left[\frac{1}{2}, 1\right)$, oricare ar fi $x \in \mathbb{R}$.