

**Examenul de bacalaureat național 2019**

**Proba E. c)**

**Matematică  $M_{tehnologic}$**

**Model**

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

**SUBIECTUL I – Scrieți, pe foaia de examen, rezolvările complete.**

**(30 de puncte)**

- 5p** 1. Arătați că numărul  $N = (4 + 3i)^2 + (3 - 4i)^2$  este natural, unde  $i^2 = -1$ .
- 5p** 2. Determinați numerele reale  $a$ , știind că punctul  $A(a, a)$  aparține graficului funcției  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 2 - x^2$ .
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $5^x + 5^{x+1} = 30$ .
- 5p** 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea  $M = \{\sqrt{1}, \sqrt{2}, \sqrt{3}, \dots, \sqrt{49}\}$ , acesta să fie număr natural.
- 5p** 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(2,5)$ ,  $B(3,5)$  și  $C(2,1)$ . Determinați lungimea medianei din  $B$  a triunghiului  $ABC$ .
- 5p** 6. Demonstrați că  $(\sin x + \cos x)^2 + (\sin x - \cos x)^2 = 2$ , pentru orice număr real  $x$ .

**SUBIECTUL al II-lea – Scrieți, pe foaia de examen, rezolvările complete.**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră matricea  $A(x, y) = \begin{pmatrix} x & -y \\ y & x \end{pmatrix}$ , unde  $x$  și  $y$  sunt numere reale.
- 5p** a) Arătați că  $\det(A(1,1)) = 2$ .
- 5p** b) Determinați numărul natural  $n$  pentru care  $A(n-1,0) + A(n+1,0) = A(2018,0)$ .
- 5p** c) Determinați numărul real  $a$ , știind că există un număr real  $x$  pentru care  $A(x,1) \cdot A(x,1) = A(a,-2)$ .
2. Se consideră polinomul  $f = X^3 - 7X^2 + mX - 8$ , unde  $m$  este număr real.
- 5p** a) Arătați că  $f(-1) + f(1) = -30$ , pentru orice număr real  $m$ .
- 5p** b) Determinați câtul și restul împărțirii polinomului  $f$  la  $X^2 - 3X + 1$ , știind că  $f$  se divide cu  $X - 2$ .
- 5p** c) Determinați numărul real  $m$  pentru care polinomul  $f$  are trei rădăcini reale pozitive, în progresie geometrică.

**SUBIECTUL al III-lea – Scrieți, pe foaia de examen, rezolvările complete.**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția  $f: (-2, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{x^2 + 2x + 1}{x + 2}$ .
- 5p** a) Arătați că  $f'(x) = \frac{(x+1)(x+3)}{(x+2)^2}$ ,  $x \in (-2, +\infty)$ .
- 5p** b) Determinați ecuația asimptotei oblice spre  $+\infty$  la graficul funcției  $f$ .
- 5p** c) Demonstrați că funcția  $f$  este convexă pe  $(-2, +\infty)$ .
2. Se consideră funcția  $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 + \frac{1}{x}$ .
- 5p** a) Determinați primitiva  $F$  a funcției  $f$  pentru care  $F(1) = 0$ .
- 5p** b) Arătați că volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei  $Ox$  a graficului funcției  $g: [1, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = f(x)$  este egal cu  $\frac{97\pi}{10}$ .
- 5p** c) Determinați numărul  $m \in (1, +\infty)$ , știind că  $\int_1^m (f(x) - x^2) \ln x \, dx = \frac{1}{2}$ .