

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ - 16 februarie 2019**Clasa a VI-a****Barem de corectare și notare**

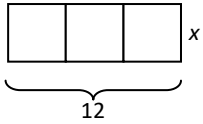
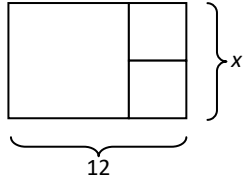
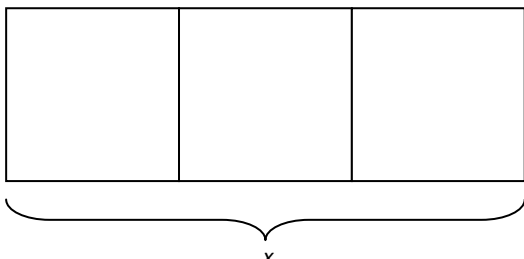
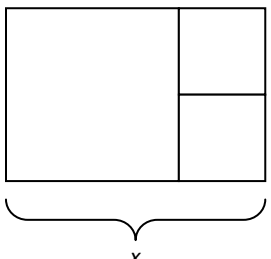
- 1) Fie mulțimile $A = \{x \in \mathbb{N} / x \text{ număr prim mai mic decât } 15\}$ și $B = \{x \in \mathbb{N} / x^2 \text{ este cifră}\}$. Arătați că are loc egalitatea:
 $\text{card}(A) + \text{card}(B) = \text{card}(A \cup B) + \text{card}(A \cap B)$, unde $\text{card}(M)$ este numărul elementelor mulțimii M .

$A = \{2, 3, 5, 7, 11, 13\}$	1p
$B = \{0, 1, 2, 3\}$	1p
$A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 5, 7, 11, 13\}$	1p
$A \cap B = \{2, 3\}$	1p
$\text{card}(A) = 6$ și $\text{card}(B) = 4$	1p
$\text{card}(A \cup B) = 8$ și $\text{card}(A \cap B) = 2$	1p
$6 + 4 = 8 + 2$	1p

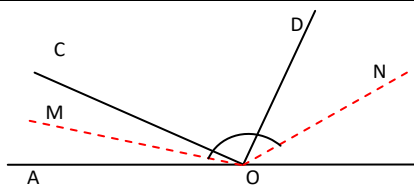
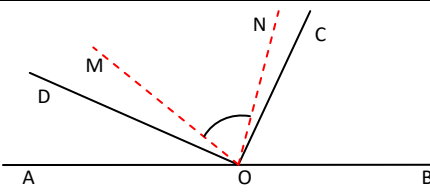
- 2) Pentru orice numere naturale n și p se notează $A(n, p) = 3n + 4p + 5$ și $B(n, p) = 6n + 7p + 8$.
- a) Să se calculeze $A(2, 1) + B(1, 3)$
- b) Să se determine perechile (n, p) de numere naturale pentru care $A(n, p) = 23$
- c) Să se determine numerele naturale x pentru care $\frac{B(1, x)}{A(x, 1)}$ este număr natural.

a) $A(2, 1) = 3 \cdot 2 + 4 \cdot 1 + 5 = 15$	1p
$B(1, 3) = 6 \cdot 1 + 7 \cdot 3 + 8 = 35$	1p
$A(2, 1) + B(1, 3) = 15 + 35 = 50$	1p
b) $3n + 4p = 18 \Rightarrow 3/p, p = 3k, \Rightarrow n + 4k = 6$	1p
Obținem 2 perechi $(6, 0)$ și $(2, 3)$	1p
c) $\frac{B(1, x)}{A(x, 1)} = \frac{7x + 14}{3x + 9} \Rightarrow 3x + 9 / 7x + 14$ și $3x + 9 / 3x + 9$	2p
Obținem $x + 3 / 7$, deci $x = 4$	

- 3) Avem un carton dreptunghiular cu dimensiunile 12 cm și $x \text{ cm}$. Cu o foarfecă se fac două tăieturi și se obțin trei bucăți pătrate. Cât poate fi valoarea lui x ?

<p>Dimensiunea 12 cm, poate reprezenta lungimea sau lățimea</p> <p>Dacă dreptunghiul are lungimea de 12 cm, atunci lățimea este x și avem $3x = 12 \text{ cm}$ adică $x = 4$.</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;">   </div>	3 p
<p>Dacă dreptunghiul are lățimea de 12 cm, atunci avem două situații posibile</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;">   </div> <p>deci $x = 3 \cdot 12 \text{ cm} = 36 \text{ cm}$ respectiv $x = 12 \text{ cm} + 12 \text{ cm} : 2 = 18 \text{ cm}$, adică x va avea valorile 36 respectiv 18.</p>	3p
<p>În concluzie x poate fi 4, 36 sau 18</p>	1p

4) Se consideră A, O, B puncte coliniare, în această ordine, și punctele C și D de aceeași parte a dreptei AB astfel încât $m\widehat{COD} = 90^\circ$. Determinați măsura unghiului format de bisectoarele unghiurilor AOC și BOD .

<div style="display: flex; justify-content: space-around;">   </div>	2 p
<p>Sunt două situații posibile: $[OC \subset \text{Int}\widehat{AOD}]$ și $[OD \subset \text{Int}\widehat{AOC}]$ Fie $[OM]$ bisectoarea unghiului AOC și $[ON]$ bisectoarea unghiului BOD</p>	
<p>Dacă $[OC \subset \text{Int}\widehat{AOD}]$, $m\widehat{MON} = m\widehat{MOC} + 90^\circ + m\widehat{DON}$ $m\widehat{MON} = 90^\circ + \frac{1}{2}(m\widehat{AOC} + m\widehat{DOB}) = 90^\circ + 45^\circ = 135^\circ$</p>	2 p
<p>Dacă $[OD \subset \text{Int}\widehat{AOC}]$, $m\widehat{MON} = m\widehat{AON} - m\widehat{AOM}$ $m\widehat{MON} = 180^\circ - m\widehat{BON} - \frac{1}{2}m\widehat{AOC} = 180^\circ - \frac{1}{2}m\widehat{BOD} - \frac{1}{2}m\widehat{AOC}$ $m\widehat{MON} = 180^\circ - \frac{1}{2}(m\widehat{BOD} + m\widehat{AOC}) = 180^\circ - \frac{1}{2}(180^\circ + 90^\circ)$ $m\widehat{MON} = 180^\circ - 135^\circ = 45^\circ$</p>	3 p



Notă:

- *Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul maxim corespunzător.*
- *Nu se acordă fracțiuni de punct.*
- *Se acordă punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.*