

EXAMENUL NAȚIONAL DE DEFINITIVARE ÎN ÎNVĂȚĂMÂNT
24 iulie 2019

Probă scrisă
MATEMATICĂ

Varianta 3

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 4 ore.

SUBIECTUL I

(60 de puncte)

1. Se consideră x_1 și x_2 , soluțiile ecuației $x^2 - mx + 1 = 0$, unde m este număr real.
- 7p a) Determinați numerele reale m pentru care $x_1 = x_2$.
- 8p b) Determinați numerele reale m pentru care numerele $x_1 + x_2$, $x_1^2 + x_2^2$ și $x_1^3 + x_2^3$ sunt, în această ordine, în progresie aritmetică.
2. Se consideră paralelogramul $ABCD$ astfel încât triunghiul ABD este ascuțitunghic. Punctul H este ortocentrul triunghiului ABD , $BP \perp AD$, $P \in AD$ și $DQ \perp AB$, $Q \in AB$.
- 7p a) Demonstrați că unghiurile DHB și DAB sunt suplementare.
- 8p b) Pe semidreapta $(HB$ se consideră punctul E astfel încât $HE = BC$ și pe semidreapta $(HD$ se consideră punctul F astfel încât $HF = AB$. Dreptele AC și EF se intersectează în punctul M . Demonstrați că patrulaterul $AQMF$ este inscriptibil.
3. Pe mulțimea numerelor întregi se definește legea de compoziție asociativă și cu element neutru $x \circ y = 3xy + 4x + 4y + 4$.
- 7p a) Arătați că $e = -1$ este elementul neutru al legii „ \circ ”.
- 8p b) Demonstrați că -1 este singurul element simetrizabil în raport cu legea „ \circ ”.
4. Se consideră funcția $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{\ln(x+1)}{x}$.
- 7p a) Arătați că funcția f este descrescătoare pe $(0, +\infty)$.
- 8p b) Demonstrați că $\int_1^e \left(f(x) + \frac{\ln x}{x+1} \right) dx = \ln(e+1)$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

Următoarea secvență face parte din programa școlară de matematică pentru clasa a IX-a (4 ore).

Competențe specifice	Conținuturi
<ol style="list-style-type: none">1. Diferențierea, prin exemple, a variației liniare de cea pătratică2. Completarea unor tabele de valori necesare pentru trasarea graficului funcției de gradul al II-lea3. Aplicarea unor algoritmi pentru trasarea graficului funcției de gradul al II-lea (prin puncte semnificative)4. Exprimarea proprietăților unei funcții prin condiții algebrice sau geometrice5. Utilizarea relațiilor lui Viète pentru caracterizarea soluțiilor ecuației de gradul al II-lea și pentru rezolvarea unor sisteme de ecuații6. Utilizarea funcțiilor în rezolvarea unor probleme și în modelarea unor procese	<p>Funcția de gradul al II-lea</p> <ul style="list-style-type: none">• Reprezentarea grafică a funcției $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax^2 + bx + c$, cu $a, b, c \in \mathbb{R}$ și $a \neq 0$, intersecția graficului cu axele de coordonate, ecuația $f(x) = 0$, simetria față de drepte de forma $x = m$, cu $m \in \mathbb{R}$• Relațiile lui Viète, rezolvarea sistemelor de forma $\begin{cases} x + y = s \\ xy = p \end{cases}$, cu $s, p \in \mathbb{R}$

(Programa școlară de matematică, OMECI nr. 5099/09.09.2009)

În vederea evaluării formării/dezvoltării a trei competențe specifice din secvența dată, elaborați 3 itemi de următoarele tipuri: *un item de tip alegere multiplă, un item de completare și un item de tip întrebare structurată*, menționând pentru fiecare item competența/competențele evaluate.

Notă. Pentru fiecare dintre itemii elaborați se punctează menționarea competenței/competențelor evaluate, respectarea formatului itemului, elaborarea detaliată și corectitudinea răspunsului așteptat (baremul de evaluare) și corectitudinea științifică a informației de specialitate.