

TEZĂ CU SUBIECT UNIC MATEMATICĂ  
CLASA A 12-a– PEDAGOGIC *Semestrul I 2019-2020*  
28.11.2019

- Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.
- La toate subiectele se cer rezolvări complete. Se acordă 10 puncte din oficiu.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

- 5p 1. Determinați probabilitatea ca alegând o matrice din următoarea mulțime de matrice,  
 $A = \left\{ \begin{pmatrix} 3 & \ln e & 1 \\ 0 & -1 & 2 \\ 3 & -2 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{2}{3} \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \right\}$  determinantul acesteia să fie număr natural.
- 5p 2. Fie matricele  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$ . Calculați  $\text{Tr}(A+B)$ .
- 5p 3. Fie matricele  $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$  și  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ . Calculați  $(A - I_2)^2$ .
- 5p 4. Dacă  $B = \begin{pmatrix} 1 & 10 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$  și  $C = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$ . Rezolvați ecuația  $B \cdot X = C$ , unde  $X \in M_2(R)$ .
- 5p 5. Fie  $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 0 & \lg 10 & 2 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$ . Calculați  $\det(A)$ .
- 5p 6. Dacă  $X(a) = \begin{pmatrix} x+1 & 0 \\ 2x & x-1 \end{pmatrix}$ , determinați  $X(1)+2X(-1)$ .

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră matricele de forma  $A(a) = \begin{pmatrix} a & 2 \\ 1 & a+1 \end{pmatrix}$ , unde  $a$  este un număr real.
- 5p a) Arătați că  $\det(A(0)) = -2$ .
- 5p b) Determinați numerele reale  $a$  pentru care  $\det(A(a)) = 0$ .
- 5p c) Rezolvați în mulțimea numerelor reale inecuația  $\det(A(a) - I_2) < 0$ .
- 5p d) Arătați că  $(2a+1)A(a) - A(a)A(a) = (a^2 + a - 2)I_2$ , pentru orice număr real  $a$ .
- 5p e) Determinați urma matricei  $A(5)$ .
- 5p f) Determinați numerele naturale  $m$  pentru care  $\det(A(m)) \leq 1$ .

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră matricele  $B = \begin{pmatrix} 1 & 10 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}, I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  și mulțimea  $G = \{A \in M_2(Z), A^2 = I_2\}$ .
- 5p a) Calculați produsul elementelor matricei  $B+C$ .
- 5p b) Arătați că  $B+C$  nu aparține mulțimii  $G$ .
- 5p c) Calculați  $\det(B+C)$ .
- 5p d) Rezolvați ecuația matriceală  $B \cdot X = C$  în  $M_2(R)$ .
- 5p e) Calculați  $\det(B^t - C^t)$ .
- 5p f) Calculați  $2019B + 2020C - 2019C - 2020B$ .



**Teză semestrul I clasa a 12-a, 28.11.2019**  
**MATEMATICĂ –matematică-informatică**  
**BAREM DE EVALUARE ȘI NOTARE**

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
  - Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
  - Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea punctajului obținut la 10.
- SUBIECTUL I**

|    |  |    |
|----|--|----|
| 1. | Calculul corect al celor trei determinanți                                 | 3p |
|    | Calculul probabilității $2/3$  | 2p |
| 2. | calculul matricei $A+B$  | 2p |
|    | Urma matricei sumă   | 3p |
| 3. | calcul $A-I_2$   | 2p |
|    | Rezultatul este matricea $\begin{pmatrix} 5 & -5 \\ -5 & 10 \end{pmatrix}$ | 3p |
| 4. | Scrierea sub forma unui sistem   | 2p |
|    | Matricea căutată este $\begin{pmatrix} 31 & -10 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$   | 3p |
| 5. | $\det A = -2$  | 5p |
| 6. | $X(1), X(-1)$  | 2p |
|    | Suma este matricea $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -2 & -4 \end{pmatrix}$        | 3p |

**SUBIECTUL al II-lea**

|    |    |  |                |
|----|----|--|----------------|
| 1. | a) | se scrie $A(0)$<br>se calculează determinantul   | 2p<br>3p       |
|    | b) | se calculează $\det A(a) = a^2 + a - 2$<br>$a = -2$ sau $a = 1$  | 2p<br>3p       |
|    | c) | se calculează $A(a) - I_2$<br>$a \in (-1, 2)$  | 2p<br>3p       |
|    | d) | Pentru $(2a+1)A(a) = \begin{pmatrix} 2a^2 + a & 4a + 2 \\ 2a + 1 & 2a^2 + 3a + 1 \end{pmatrix}$<br>$A(a)A(a) = \begin{pmatrix} a^2 + 2 & 4a + 2 \\ 2a + 1 & 2a^2 + 2a + 3 \end{pmatrix}$<br>Finalizare | 1p<br>2p<br>2p |
|    | e) | se calculează $A(5)$<br>se calculează urma   | 2p<br>3p       |
|    | f) | $\det A(m) = m^2 + m - 2$<br>$\det A(m) = 0 \Rightarrow m_1 = -2, m_2 = 1$<br>$m \in (-2; 1)$  | 2p<br>2p<br>1p |

**SUBIECTUL al III-lea**

|           |           |  |                        |
|-----------|-----------|--|------------------------|
| <b>1.</b> | <b>a)</b> | se calculează B+C<br>se calculează produsul  | <b>2p</b><br><b>3p</b> |
|           | <b>b)</b> | se arată că $(B + C)^2 \neq I_2$   | <b>5p</b>              |
|           | <b>c)</b> | $\det(B+C)=-34$  | <b>5p</b>              |
|           | <b>d)</b> | se determină matricea $X = \begin{pmatrix} 31 & -10 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$         | <b>5p</b>              |
|           | <b>e)</b> | se determină $B^t, C^t$<br>se calculează determinantul                               | <b>2p</b><br><b>3p</b> |
|           | <b>f)</b> | se calculează și se obține matricea $\begin{pmatrix} 0 & -10 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$ | <b>5p</b>              |