INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN ILFOV — GUVERNUL ROMÂNIEI — MINISTERUL EDUCAȚIEI NAȚIONALE

TEZA CU SUBIECT UNIC
An scolar 2019-2020 semestrul I
Matematică *științe ale naturii*
28.11.2019 - Clasa a XII-a

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

Subiectul I (30 p)

(5p) **1.** Calculați: $\hat{4}+\hat{6}-\hat{5}\cdot\hat{6}\ in\ Z_7$

(5p) **2.** Pe mulțimea numerelor întregi se definește legea de compoziție $x * y = 7x + 7y - 3xy - 14$. Calculați $3 * 4$.

(5p) **3.** Pe R se consideră legea de compoziţie: $x * y = xy - 2x - 2y + 6, \forall x, y \in R$.
Să se determine elementul neutru al legii de compoziţie „*"

(5p) **4.** Sa se calculeze : $\int_1^e \left(3 + 5x + \frac{1}{x}\right) dx$

(5p) **5.** Se consideră funcţiile :
$f, F : \mathbf{R} \to \mathbf{R}, f(x) = e^{2x}(2x+5), F(x) = e^{2x}(x+2)$.
Să se demonstreze că funcţia F este o primitivă a funcţiei f.

(5p) **6.** Să se calculeze : $\int_0^{\frac{\pi}{3}} x\cos x dx$.

Subiectul II (30p)

1. Pe R se consideră legea de compoziţie: $x * y = xy + 3x + 3y + 6, \forall x, y \in \mathbf{R}$.

(5p) **a)** Să se demonstreze egalitatea $x * y = (x+3)(y+3) - 3, \forall x, y \in \mathbf{R}$

(5p) **b)** Să se rezolve ecuaţia $x * (x+1) = -3, x \in \mathbf{R}$.

(5p) **c)** Să se calculeze $(-2019) * (-2018) * \cdots * 2018 * 2019$.

2. Se consideră matricea $A_x = \begin{pmatrix} 2019^x & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & x & 1 \end{pmatrix}$, pentru x∈**R** şi mulţimea $M = \{A_x | x \in \mathbf{R}\} \subset M_3(\mathbf{R})$.

(5p) **a)** Să se verifice că $I_3 \in M$, unde $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

(5p) **b)** Să se demonstreze că $A_x \cdot A_y = A_{x+y}, \forall x, y \in \mathbf{R}$.

(5p) **c)** Calculați $A_1 \cdot A_2 \cdot A_3 \cdot ... \cdot A_{10}$.

Subiectul III (30p)

1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f_{(x)}=\begin{cases} x^2-x, x\leq 1 \\ \frac{ln^2\,x}{x}, x>1 \end{cases}$

(5p) **a)** Să se arate că funcția f admite primitive pe **R**.

(5p) **b)** Calculați $\int_0^1 f(x)dx$.

(5p) **c)** Arătați că primitiva F(x) a funcției f(x) este strict crescătoare pe (1,∞).

2. Se consideră funcţia $f:R\to R$ definită prin $f(x)=xe^x$.

(5p) **a)** Să se determine $\int_0^1 f(x)e^{-x}\,dx$

(5p) **b)** Să se calculeze $\int_0^1 f(x)\,dx$

(5p) **c)** Să se calculeze $\int_1^2 \frac{f(x^2)}{x}dx$.

INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN ILFOV   MINISTERUL EDUCAȚIEI NAȚIONALE

Barem de rezolvare -Teza semestrul I-Matematică *stiinte ale naturii*

An scolar 2019-2020 -Clasa a XII-a

Filiera teoretică, profilul real, specializarea stiinte ale naturii

SUBIECTUL I (30 p)

1	Î.	**5p**
2	$3 * 4$.=-1	**5p**
3	se scrie definiția elementului neutru	**3p**
	se calculează și se obține e=3	**2p**
4	I= 3e+ 5e^2/2- 9/2	**5p**
5	F'(x)= f(x).	**5p**
6	I = x sinx+ cosx	**3p**
	I = π$\sqrt{3}$/6-1/2	**2p**

SUBIECTUL II (30p)

1a	demonstrație	**5p**
1b	$x*(x+1)=(x+3)(x+4)-3$	**2p**
	$(x+3)(x+4)-3=-3$	**2p**
	X$\in \{-3,-4\}$	**1p**
1c	verificare $(-3)*(x)=-3$	**2p**
	$(x)*(-3)=-3$	**2p**
	$(-2019)*(-2018)*\cdots*2018*2019=$ -3	**1p**
2a	$\left.\begin{array}{c} A_0=\begin{pmatrix}2019^0 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}=I_3 \\ A_0\in G\end{array}\right\}\Rightarrow I_3\in M$	**5p**
2b	$A_x\cdot A_y=\begin{pmatrix}2019^x & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & x & 1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}2019^y & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & y & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2019^{x+y} & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & x+y & 1\end{pmatrix}=$	**2p**
	$=A_{x+y},\forall x,y\in R$	**3p**
2c	din b rezultă că $A_1\cdot A_2\cdot A_3\cdot\ldots\cdot A_{10}=A_{1+2+3+\cdots+10.}$	**2p**
	$A_{1+2+3+\cdots+10}=A\begin{pmatrix}2019^{1+2+\cdots+10} & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 1+2+\cdots+10 & 1\end{pmatrix}$	**2p**
	A$\begin{pmatrix}2019^{55} & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 55 & 1\end{pmatrix}$	**1p**

SUBIECTUL III (30p)

1a	verificarea continuității funcției	**2p**
	concluzia	**3p**
1b	$\int_0^1 (x^2 - x)dx$	**2p**
	$= \frac{x^3}{3}\Big\vert_0^1 - \frac{x^2}{2}\Big\vert_0^1 = -\frac{1}{6}$	**3p**
1c	primitiva F(x) a functiei f(x) este strict crescatoare pe (1, ∞) daca F'(x)= f(x)$>$ 0	**2p**
	f(x)$>$ 0	**3p**
2a	$\int_0^1 f(x)e^{-x}dx. = \int_0^1 xe^x e^{-x}dx. = \int_0^1 xdx. = \frac{x^2}{2} = \frac{1}{2}$	**5p**
2b	se folosește integrarea prin părți	**1p**
	$\int_0^1 xe^x\, dx = (xe^x - e^x)\Big\vert_1^0 = 1$	**4p**
2c	u= x^2	**1p**
	I = $e^u/2$	**2p**
	I= $\int_1^2 \frac{f(x^2)}{x}dx = \frac{e^4 - e}{2}$	**2p**