OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ
14 DECEMBRIE 2019
BAREM
CLASA a V-a

Subiectul 1.		
	$a=2^n\cdot 2=2^{n+1}$	1p
	$b=10^{2n}:5^{2n}=2^{2n}=4^n$	1p
	$c=\left(2^{432}:2^{432}+2^4:2^4+1^{432}\right)^n=(1+1+1)^n=3^n$	2p
	Dacă $n=0$, $a=2$, $b=c=1$, deci $b=c<a$	1p
	Dacă $n=1$, $a=4=b$, $c=3$, deci $c<a=b$	1p
	Dacă $n\geq 2$, $a<c<b$	1p
Subiectul 2.		
a)	Cel mai mic dintre numere este 53·2+5=111 cel mai mare dintre numere este 53·18+5=959	1p
	De la 2 până la 18 sunt 17 numere	1p
b)	Numerele sunt de forma 53·c+5, unde c poate fi 2, 3, ..., 18 Pentru a fi divizibil cu 5 trebuie ca c să fie divizibil cu 5, deci c poate fi 5, 10 sau 15 Numerele sunt: 270, 535 şi 800	2p
c)	(53·2+5)+(53·3+5)+...+(53·18+5)=53·(2+3+...+18)+17·5 =53·170+85=9095	3p
Subiectul 3.		
	Numerele au ce mult 3 cifre (suma este 176) Dacă numărul mai mare are 2 cifre atunci suma celor două numere este maxim 99+9, deci nu poate fi 176	1p
	Dacă $\overline{abc}$ este numărul mai mare atunci avem variantele: $\overline{abc}+\overline{ab}=176$, $\overline{abc}+\overline{ac}=176$ sau $\overline{abc}+\overline{bc}=176$	1p
	$\overline{abc}<176$ deci $a=1$	1p
	Cazul $\overline{1bc}+\overline{1b}=176$, obţinem numerele 160 cu 16	1p
	Cazul $\overline{1bc}+\overline{1c}=176$, obţinem numerele 163 cu 13 şi 158 cu 18	2p
	Cazul $\overline{1bc}+\overline{bc}=176$, obţinem numerele 138 cu 38	1p
Subiectul 4.		
a)	Sunt 2020 de numere și 2020:4=505 coloane Coloanele cu număr impar sunt ordonate de sus în jos crescător, coloanele cu număr par sunt ordonate descrescător de sus în jos. Rezultă că ultima coloană este de sus in jos, următoarea 0 7 8 15 … 2016 1 6 9 14… 2017 2 5 10 13… 2018 3 4 11 12... 2019	2p
b)	Primele 100 coloane conțin primele 4·100=400 de numere naturale(începând cu 0).	2p

	Coloana 101 este ordonată de sus în jos crescător, deci este: 400, 401, 402, 403.	
c)	Elementele liniei a 3-a, in număr de 505, sunt de 2 tipuri și anume: 2, 10, 18, …1994, 2002, 2010, 2018 , sunt de forma 8k+2, k$\in \mathbb{N}$, total 253 de numere 5, 13, 21, …1997, 2005, 2013, sunt de forma 8p+5, p$\in \mathbb{N}$, total 252 de numere $S_1 = 8\cdot(1+2+\cdots 252)+2\cdot 253 = 8\cdot\frac{252\cdot 253}{2}+506 = 255530$ $S_2 = 8\cdot(1+2+\cdots 251)+5\cdot 252 = 8\cdot\frac{251\cdot 252}{2}+1260 = 254268$ $S_1 - S_2 = 1262$ Obs. $S_1 - S_2 = 2+(10-5)+...+(2018-2013) = 2+5\cdot 252 = ...$	3p