

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ

ETAPA LOCALĂ

8 februarie 2020

CLASA A X -A

- 1.) Fie $z = \frac{\sqrt{3}+i}{1-i} \in \mathbb{C}$. Determinați $x \in \mathbb{C}$ care verifică relația $x^3 + z^{12} = 0$.
- 2.) Rezolvați ecuația $\log_2(x+1) \cdot \log_2(x-1) = \log_2(x^3 + x^2 - x - 1) - 2$, $x \in \mathbb{R}$
- 3.) Să se rezolve ecuația $x^3 = 6 + \sqrt[3]{x+6}$, $x \in \mathbb{R}$
- 4.) a) Fie $z_1, z_2, z_3 \in \mathbb{C}$ astfel încât $z_1 + z_2 + z_3 \neq 0$, $z_1^2 + z_2^2 + z_3^2 = 0$ și $|z_1| = |z_2| = |z_3| = 1$.
Să se arate că $|z_1 + z_2 + z_3| = 2$.
b) Dacă $z_k \in \mathbb{C}$ sunt soluțiile ecuației $|z|^2 + \bar{z} = 1 - i$ să se calculeze z_k^{8n} , $n \geq 1$, $k \in \{1, 2\}$.

Notă:

Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare problemă se punctează cu 10 puncte.

Timp de lucru 3 ore.