



**OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ – CONSTANȚA, 08.02.2020
Clasa a VII-a**

SUBIECTUL I

a) Rezolvați în \mathbf{R} ecuația: $\sqrt{(2x-3)^2} + 4 \cdot |3-2x| = 35$.

b) Determinați numerele naturale nenule a, b, c , astfel încât $\frac{a\sqrt{3}+b}{b\sqrt{3}+c} = 2$ și $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \geq 1$.

SUBIECTUL II

a) Fie n un număr natural nenul. Arătați că

$$\frac{1}{3\sqrt{2}} + \frac{1}{5\sqrt{6}} + \frac{1}{7\sqrt{12}} + \dots + \frac{1}{(2n+1)\sqrt{n(n+1)}} < \frac{n}{2n+2}.$$

b) Determinați numerele prime $p \leq q \leq r$ pentru care $p^4 + q^4 + r^4 = 29811$.

SUBIECTUL III

Fie G centrul de greutate al triunghiului oarecare ABC , E simetricul punctului G față de dreapta BC , F mijlocul segmentului AE , $\{H\} = GE \cap BC$ și D mijlocul laturii BC .

a) Arătați că G, D, H, F sunt vârfurile unui paralelogram.

b) Calculați aria triunghiului FGE în funcție de x , unde x este aria paralelogramului de la punctul a).

G.M.

SUBIECTUL IV

Fie trapezul isoscel $ABCD$, cu $AB \parallel CD$, $AB > CD$ și $AD = DC = BC$. Pe diagonala BD se ia punctul E astfel încât triunghiul ADE este echilateral. Notăm cu F intersecția dreptelor AB și CE .

a) Aflați măsurile unghiurilor trapezului.

b) Demonstrați că E este centrul cercului înscris în triunghiul ABC .

c) Arătați că triunghiul BEF este isoscel.

Notă:

Timp de lucru 3 ore

Toate subiectele sunt obligatorii

Fiecare subiect se notează de la 0 la 7

Nu se acordă puncte din oficiu