



OLIMPIADA DE MATEMATICĂ ETAPA LOCALĂ 07.02.2020 CLASA a X-a

Problema I. (7 puncte)

Să se rezolve ecuația $\log_{\sqrt{3}} \sqrt[7]{x} = \log_4(\sqrt[3]{x} + 1909)$.

prof. Zeriu Flavia Marilena, Liceul de Informatică Tiberiu Popoviciu Cluj-Napoca

Problema II. (7 puncte)

Să se demonstreze că:

$$5(\sqrt[5]{\log_a b} + \sqrt[5]{\log_b c} + \sqrt[5]{\log_c a}) \leq 2(\log_b a + \log_c b + \log_a c) + 9, \forall a, b, c \in (1, \infty).$$

prof. Marilena Faiciuc, Colegiul Național Pedagogic "Gh. Lazăr" Cluj-Napoca

Problema III. (7 puncte)

Să se rezolve în mulțimea $(-1, +\infty)$ ecuația:

$$(x^2 + 4 \cdot x + 3)^x + (2 \cdot x + 4)^x = (x^2 + 4 \cdot x + 5)^x.$$

prof. Gheorghe Lobonț, Colegiul Național „Emil Racoviță” Cluj-Napoca

Problema IV. (7 puncte)

Fie $z_1, z_2, z_3, z_4 \in \mathbb{C}^*$ astfel încât $|z_1| = |z_2| = |z_3| = |z_4|$ și

$$z_1 + z_2 + z_3 + z_4 = 0. \text{ Arătați că } \frac{1}{z_1^{2019}} + \frac{1}{z_2^{2019}} + \frac{1}{z_3^{2019}} + \frac{1}{z_4^{2019}} = 0.$$

prof. Dana Bodea, Liceul Teoretic Gelu Voievod Gilău