



OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ 07.02.2020
CLASA a XII-a

Problema I. (7 puncte)

Pe mulțimea R se definește legea de compoziție $x * y = x + y + xy$, asociativă.

a) Fie $f: R \rightarrow R, f(x) = x + 1$. Să se verifice relația

$$f(x * y) = f(x) \cdot f(y) \quad \forall x, y \in R.$$

b) Să se calculeze $1 * \frac{1}{2} * \frac{1}{3} * \dots * \frac{1}{2020}$.

prof. Anca Cristina Hodoroagea, ISJ Cluj

Problema II. (7 puncte)

Fie (G, \cdot) un grup și $x, y \in G$ cu proprietatea că $x^2 = e$.

a) Dacă $xyx = y^3$ să se arate că $y^{2020} = y^4$.

b) Dacă $xy = y^p x$, $p \in N, p \geq 2$, să se arate că $xy^3 x = y^{3p}$.

prof. Camelia Chindriș, Colegiul Național Andrei Mureșanu Dej

Problema III. (7 puncte)

Să se determine primitivele funcției $f: (0, \infty) \rightarrow R, f(x) = \left(\frac{x}{x^2+1}\right)^4$.

prof. Camelia Chindriș, Colegiul Național Andrei Mureșanu Dej

Problema IV. (7 puncte)

Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_{2n\pi}^{2(n+1)\pi} x \cdot \ln x \cdot \cos x \, dx$.

prof. Gheorghe Lobonț, Colegiul Național Emil Racoviță Cluj-Napoca