Olimpiada Naţională de Matematică
Etapa locală, 1 februarie 2020
Clasa a IX– a

IX

BAREM ORIENTATIV de CORECTARE şi NOTARE:

Problema 1- Soluție orientativă:		**Punctaj**
a)	$\frac{x+y+z}{3} \geq \sqrt[3]{xyz}$, $x+y+z \geq 9$	**1p**
	C – B – S => $(\sqrt{x}+\sqrt{3y}+\sqrt{5z})^2 \leq (1+3+5)(x+y+z) \leq (x+y+z)^2$	**1p**
	$\sqrt{x}+\sqrt{3y}+\sqrt{5z} \leq x+y+z$	**1p**
b)	Se aplică Inegalitatea Titu Andreescu $\frac{x^2}{\sqrt{x}+2y+5z} + \frac{y^2}{\sqrt{3y}+3z+7x} + \frac{z^2}{\sqrt{5z}+x+6y} \geq \frac{(x+y+z)^2}{8(x+y+z)+\sqrt{x}+\sqrt{3y}+\sqrt{5z}}$	**1p**
	folosind punctual **a)** avem $\frac{(x+y+z)^2}{8(x+y+z)+\sqrt{x}+\sqrt{3y}+\sqrt{5z}} \geq \frac{x+y+z}{9} \geq 1$	**1p**
	pentru egalitate cu 1 va trebui x = y = z = 3, (pt inegalitatea mediilor)	**1p**
	Soluție care nu dă egalitate in T. Andreescu,deci nu există numerele x,y,z	**1p**

Problema 2- Soluție orientativă:	**Punctaj**
$x_{n+1} - 2\sqrt{x_{n+1}x_n} + x_n = a$, $\sqrt{x_{n+1}} - \sqrt{x_n} = \pm\sqrt{a}$	**2p**
x_n şir crescător de numere positive => $\sqrt{x_n}$ =crescător, $\sqrt{x_{n+1}} - \sqrt{x_n} = \sqrt{a}$	**1p**
$\sqrt{x_n}$ este progresie aritmetică, $r = \sqrt{a}$	**1p**
$\sqrt{x_n} = \sqrt{x_1}+(n-1)r = n\sqrt{a}$, $x_n = n^2a$	**1p**
$\sum_{k=1}^{n}\sqrt{a^2+4a\sqrt{k^2a(k-1)^2a}} = a\sum_{k=1}^{n}(2k-1) = n^2a = x_n$	**2p**

Problema 3- Soluție orientativă:		**Punctaj**
a)	BA'=p-c , CA'=p-b și analoagele	**1p**
	$\overrightarrow{AA'} = \frac{(p-b)\overrightarrow{AB}+(p-c)\overrightarrow{AC}}{a}$ și analoagele , $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}$	**2p**
	Calcularea lui $\vec{v} = p(a+c-2b)\overrightarrow{AB} + p(a+b-2c)\overrightarrow{AC}$	**2p**
b)	$b = \frac{a+c}{2}$, $\vec{v} = \frac{3p(a-c)}{2}\overrightarrow{AC}$, $\vec{v}$ coliniar cu $\overrightarrow{AC}$	**2p**

Problema 4- Soluție orientativă:	**Punctaj**
Condiția de existență : $x \geq 0$	**1p**
$\sqrt{x}\sqrt{x+31} + \sqrt{x+31} = \sqrt{x}(\sqrt{x}+1)+8$, $(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x+31}-\sqrt{x}) = 8$	**2p**
$(\sqrt{x}+1)31 = 8(\sqrt{x+31}+\sqrt{x})$, $23\sqrt{x}+31 = 8\sqrt{x+31}$, $15x+46\sqrt{x}-33=0$	**2p**
$\sqrt{x} = \frac{3}{5}$, $x = \frac{9}{25}$, $\sqrt{x} = -\frac{11}{3}$,fals	**2p**

Notă: *Orice altă soluție se punctează corespunzător.*
Se acordă numai punctaje întregi.