

XI

Olimpiada Națională de Matematică Etapa locală, 1 februarie 2020 Clasa a XI- a

SUBIECTE:

- Se consideră matricea $A = \begin{pmatrix} 34 & 162 \\ 0 & 34 \end{pmatrix}$.
 - Aflați $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, astfel încât $AX = XA$ (3 p)
 - Rezolvați ecuația $X^5 + X = A$, $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$. (4 p)
- Determinați matricele $X, Y \in \mathcal{M}_n(\mathbb{C})$ știind că îndeplinesc condițiile:
 $XY - YX = 2020 X$ și $11 XY + 20 YX = 2020 Y$. (7 p)

(Supliment G.M. Nr. 11/ 2019)
- Fie șirul $(x_n)_{n \geq 1}$ definit prin $x_1 = 1$ și $x_{n+1} = \frac{x_n}{ax_n + a + 1}$, $n \geq 1$, unde $a > 0$.
Determinați $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{(a+1)^n \cdot x_n}$. (7 p)
- Aflați $a \in \mathbb{R}$ astfel încât $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{ax^2} - \cos x}{x^2} = \frac{3}{2}$ (2 p)
 - Calculați limita:
 $\lim_{x \searrow 0} \frac{\arcsin x - \operatorname{arctg} x}{x^2}$ (5 p)

*Învățând matematică, înveți să gândești. Nicio problemă nu are granițe. Orice răspuns, are multe.
(Grigore Moisil)*

Notă:

Toate subiectele sunt obligatorii.
Fiecare subiect este notat cu punctaj întreg, 0-7 puncte.
Fiecare subiect se va redacta pe câte o foaie separată.
Timp de lucru: 3 ore.