INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN GALAŢI
Str.Portului Nr.55 B ☎ 0372362000; 0372362001 0236319396
E-mail: info@isj.gl.edu.ro; Adresă site: www.isj.gl.edu.ro
MINISTERUL EDUCAŢIEI ŞI CERCETĂRII

Olimpiada de Matematică –etapa locală- Galaţi

16 februarie 2020

Clasa a VIII-a

Problema 1.

Se dau numerele reale $x,\ y,\ z\ >0,$ diferite de 3. Dacă $x+y+z=3,$ arătaţi că

$F(x,y,z)=\dfrac{x-y}{xy\ +\ 3z}+\dfrac{y-z}{yz+3x}+\dfrac{z-x}{zx+3y}$ este constantă.

G.M. Nr. 12/2019

Problemă selectată de Mădălina Nicoleta Caramalău, profesor Galați

Problema 2.

a) Dacă x,y,z sunt numere reale astfel încât $x^2+4y^2+9z^2+20=4x+12y+24z,$

să se arate că $x\in[-1,5], y\in[0,3]$ şi $z\in\left[\frac{1}{3},\frac{7}{3}\right].$

b) Să se determine numerele naturale x şi y pentru care $\left[\frac{x}{y}\right]=2, \left\{\frac{y}{x}\right\}=0,4$ şi $\left[\frac{x^2}{y}\right]=5050.$

G.M. Nr. 12/2019

Problemă selectată de Carmen Necula-Vijelie, profesor Galaţi

Problema 3.

Fie ABCD un romb, AB=a, $a>0$ şi AC= $a\sqrt{3}$. Pe planul rombului se ridică perpendicularele AA' şi BB' de aceeaşi parte a planului, astfel încât $AA'=AB$ şi $BB'=\frac{1}{2}AB$. Să se determine:

a) distanţa de la punctul A' la dreapta BD;

b) distanţa de la punctul A la planul $(A'BD)$;

c) măsura unghiului dintre planele (ABC) şi $(A'B'D)$.

Problemă propusă de Carmen Necula-Vijelie, profesor Galaţi

Problema 4.

a) Fie un cub cu latura de lungime 1. Să se demonstreze că oricum s-ar alege 65 de puncte distincte în interiorul cubului, există cel puţin două puncte cu proprietatea că distanţa dintre ele este cel mult egală cu $\frac{\sqrt{3}}{4}$.

b) Fie $ABCDA'B'C'D'$ o prismă patrulateră regulată cu bazele ABCD şi $A'B'C'D'$, $AC\cap BD=\{O\}$ şi punctul E mijlocul muchiei $[CC']$. Să se arate că dacă $EO\perp OA'$, atunci $ABCDA'B'C'D'$ este cub.

Problemă propusă de Carmen Necula-Vijelie, profesor Galaţi

Notă: Toate problemele sunt obligatorii
Timp efectiv de lucru 3 ore
Fiecare problemă se notează cu puncte de la 0 la 7