

**Examenul național de bacalaureat 2021**  
**Proba E. c)**  
**Matematică  $M_{pedagogic}$**   
**BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**

Model

*Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare*

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

**SUBIECTUL I**

(30 de puncte)

1.	$\sqrt{3} \cdot \left( \frac{1}{\sqrt{3}-1} + \frac{1}{\sqrt{3}+1} \right) = \sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}+1+\sqrt{3}-1}{2} =$ $= \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 3$	3p 2p
2.	$f(n) = n - 2$ , deci $n - 2 < 0$ $n < 2$ și, cum $n$ este număr natural, obținem $n = 0$ sau $n = 1$	2p 3p
3.	$x^2 - 1 = 3 \Rightarrow x^2 - 4 = 0$ $x = -2$ sau $x = 2$ , care convin	3p 2p
4.	$x + \frac{20}{100} \cdot x = 660$ , unde $x$ este prețul obiectului înainte de scumpire $x = 550$ de lei	3p 2p
5.	Panta unei drepte paralele cu dreapta $d$ este egală cu 3 Ecuția dreptei care trece prin $M$ și este paralelă cu dreapta $d$ este $y - 0 = 3(x - 2)$ , deci $y = 3x - 6$	2p 3p
6.	$\mathcal{A}_{ABCD} = \frac{AC \cdot BD}{2} =$ $= \frac{2\sqrt{5} \cdot 4}{2} = 4\sqrt{5}$	2p 3p

**SUBIECTUL al II-lea**

(30 de puncte)

1.	$(-3) * 3 = 3 \cdot (-3) \cdot 3 + 7 \cdot ((-3) + 3) + 14 =$ $= -27 + 14 = -13$	3p 2p
2.	$x * y = 3xy + 7(x + y) + 14 = 3yx + 7(y + x) + 14 =$ $= y * x$ , pentru orice numere reale $x$ și $y$ , deci legea de compoziție „ $*$ ” este comutativă	3p 2p
3.	$x * y = 3xy + 7x + 7y + 14 = 3xy + 7x + 7y + \frac{49}{3} - \frac{7}{3} =$ $= 3x \left( y + \frac{7}{3} \right) + 7 \left( y + \frac{7}{3} \right) - \frac{7}{3} = 3 \left( x + \frac{7}{3} \right) \left( y + \frac{7}{3} \right) - \frac{7}{3}$ , pentru orice numere reale $x$ și $y$	3p 2p
4.	$x * x = 3 \left( x + \frac{7}{3} \right)^2 - \frac{7}{3}$ , pentru orice număr real $x$ $3 \left( x + \frac{7}{3} \right)^2 - \frac{7}{3} = x \Leftrightarrow \left( x + \frac{7}{3} \right) (3x + 6) = 0$ , deci $x = -\frac{7}{3}$ sau $x = -2$	2p 3p

<b>5.</b>	$x * \frac{1}{x} \geq 31 \Leftrightarrow 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} + 7 \left( x + \frac{1}{x} \right) + 14 \geq 31 \Leftrightarrow x + \frac{1}{x} \geq 2$	<b>3p</b>
	$x + \frac{1}{x} - 2 \geq 0 \Leftrightarrow \frac{(x-1)^2}{x} \geq 0$ , adevărat pentru orice număr real $x$ , $x > 0$	<b>2p</b>
<b>6.</b>	$3 \left( 3^x + \frac{7}{3} \right)^2 - \frac{7}{3} = 83 \Leftrightarrow \left( 3^x + \frac{7}{3} \right)^2 = \frac{256}{9}$	<b>2p</b>
	Cum $3^x > 0$ , obținem $3^x + \frac{7}{3} = \frac{16}{3} \Rightarrow 3^x = 3$ , deci $x = 1$	<b>3p</b>

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

<b>1.</b>	$A(1) = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A(1)) = \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = 3 \cdot 3 - 1 \cdot 1 =$	<b>3p</b>
	$= 9 - 1 = 8$	<b>2p</b>
<b>2.</b>	$A(0) = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} = 3I_2$	<b>2p</b>
	$A(0) \cdot A(2020) = 3I_2 \cdot A(2020) = 3A(2020)$	<b>3p</b>
<b>3.</b>	$\det(A(a)) = \begin{vmatrix} 3 & a \\ a & 3 \end{vmatrix} = 9 - a^2$ , pentru orice număr real $a$	<b>2p</b>
	$9 - a^2 = -16 \Leftrightarrow a^2 - 25 = 0$ , de unde obținem $a = -5$ sau $a = 5$	<b>3p</b>
<b>4.</b>	$A(1) + A(2) + \dots + A(10) = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} + \dots + \begin{pmatrix} 3 & 10 \\ 10 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \cdot 10 & 1 + 2 + \dots + 10 \\ 1 + 2 + \dots + 10 & 3 \cdot 10 \end{pmatrix} =$	<b>2p</b>
	$= \begin{pmatrix} 30 & 55 \\ 55 & 30 \end{pmatrix} = 10 \begin{pmatrix} 3 & \frac{11}{2} \\ \frac{11}{2} & 3 \end{pmatrix} = 10A\left(\frac{11}{2}\right)$	<b>3p</b>
<b>5.</b>	$B = A(m) + A(m^2) = \begin{pmatrix} 6 & m + m^2 \\ m + m^2 & 6 \end{pmatrix} \Rightarrow \det B = 36 - (m + m^2)^2$ , pentru orice număr	<b>2p</b>
	natural $m$ Matricea $B$ nu este inversabilă $\Leftrightarrow \det B = 0$ , deci $(m + m^2)^2 = 36$ și, cum $m$ este număr natural, obținem $m = 2$	<b>3p</b>
<b>6.</b>	$A(a) \cdot A(b) = \begin{pmatrix} 9 + ab & 3b + 3a \\ 3a + 3b & ab + 9 \end{pmatrix}$ , deci $2(9 + ab) + 6(a + b) = 2 \Leftrightarrow ab + 3a + 3b + 9 = 1$	<b>2p</b>
	$(a + 3)(b + 3) = 1$ și, cum $a$ și $b$ sunt numere întregi, obținem $(-2, -2)$ sau $(-4, -4)$	<b>3p</b>