

Examenul național de bacalaureat 2021
Proba E. c)

Matematică $M_{tehnologic}$

Testul 5

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Calculați termenul al cincilea al unei progresii geometrice $(b_n)_{n \geq 1}$, în care $b_1 = 3$ și $b_2 = -6$.
- 5p** 2. Se consideră x_1 și x_2 soluțiile ecuației $2x^2 - 6x + 1 = 0$. Arătați că $x_1 + x_2 - 6x_1x_2 = 0$.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $2 + \sqrt[3]{27x + 8} = 1$.
- 5p** 4. După o scumpire cu 15%, un produs costă 92 de lei. Determinați prețul produsului înainte de scumpire.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-3, 0)$ și $B(9, a)$, unde a este număr real. Determinați numerele reale a pentru care distanța dintre punctele A și B este egală cu 13.
- 5p** 6. Se consideră triunghiul ABC cu $AB = AC = 14$ și unghiul B de măsură egală cu 75° . Determinați aria triunghiului ABC .

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricile $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $A(x) = \begin{pmatrix} x & x-2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
- 5p** a) Arătați că $\det(A(1)) = 3$.
- 5p** b) Determinați numărul real x pentru care $A(x) \cdot A(1) = 3(A(x) - I_2)$.
- 5p** c) Arătați că $\det(xA(x) - A(x^2)) \geq 0$, pentru orice număr real x .
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = 3xy - \frac{x+y}{3} + 1$.
- 5p** a) Arătați că $1 * 5 = 14$.
- 5p** b) Determinați numărul real x pentru care $3 * x = -52$.
- 5p** c) Determinați numerele naturale n pentru care $n * (0 * (3n)) \geq \frac{2n}{3}$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = -2x^3 - 6x^2 + 18x - 49$.
- 5p** a) Arătați că $f'(x) = -6(x-1)(x+3)$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p** b) Determinați intervalele de monotonie a funcției f .
- 5p** c) Se consideră punctele $A(-2, f(-2))$ și $B(0, f(0))$. Arătați că tangentele la graficul funcției f în punctele A și B au pantele egale.
2. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + \ln x - 2$.
- 5p** a) Arătați că $\int_1^3 (f(x) - \ln x) dx = 0$.
- 5p** b) Calculați $\int_1^e (f(x) - x + 2) dx$.
- 5p** c) Demonstrați că orice primitivă $F: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ a funcției f este convexă.