

EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI A VIII-A
Anul școlar 2020-2021

Probă scrisă

Matematică

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Testul 8

- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I și SUBIECTUL al II-lea:

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie cinci puncte, fie zero puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

SUBIECTUL al III-lea

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	c)	5p
2.	b)	5p
3.	c)	5p
4.	b)	5p
5.	a)	5p
6.	a)	5p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.	a)	5p
2.	d)	5p
3.	b)	5p
4.	b)	5p
5.	d)	5p
6.	d)	5p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.	a) Dublul lui 8 este 16, jumătatea lui 8 este 4	1p
	Cum $4 + 6 = 10 \neq 16$, rezultă că nu este posibil ca n să fie egal cu 8	1p
	b) $2n = \frac{n}{2} + 6$, deci $n = 4$, de unde $m^2 = 4$	2p
	Cum $m \in \mathbb{N}$, convine $m = 2$	1p
2.	a) $E(x) = 2x^2 + 12x + 18 - x^2 + 4 - 10x - 14 - 7 = x^2 + 2x + 1 = (x + 1)^2$, pentru orice număr real x	2p
	$E(\sqrt{3} - 1) = (\sqrt{3} - 1 + 1)^2 = (\sqrt{3})^2 = 3$	1p

	b) $E(-1) = (-1+1)^2 = 0^2 = 0$ $E(-1) \cdot E(0) \cdot E(1) \cdot E(2) \cdot \dots \cdot E(2021) = 0 \cdot E(0) \cdot E(1) \cdot E(2) \cdot \dots \cdot E(2021) = 0$	1p
	$E(-1) \cdot E(0) \cdot E(1) \cdot E(2) \cdot \dots \cdot E(2021) = 0 \cdot E(0) \cdot E(1) \cdot E(2) \cdot \dots \cdot E(2021) = 0$	1p
3.	a) $f\left(\sqrt{3} + \frac{3}{2}\right) = \sqrt{3} + \frac{3}{2} - 3$ Cum $f\left(\sqrt{3} + \frac{3}{2}\right) = \sqrt{3} + \frac{3-6}{2} = \sqrt{3} - \frac{3}{2}$, rezultă că punctul $A\left(\sqrt{3} + \frac{3}{2}, \sqrt{3} - \frac{3}{2}\right)$ aparține reprezentării geometrice a graficului funcției f	1p
	b) $OA = 3$, unde $A(3,0)$ este punctul de intersecție a graficului funcției f cu axa Ox , iar $OB = 3$, unde $B(0,-3)$ este punctul de intersecție a graficului funcției f cu axa Oy $\triangle AOB$ este dreptunghic isoscel de bază AB , astfel mediana corespunzătoare bazei este și înălțime, deci dreapta ce trece prin O și prin mijlocul ipotenuzei este perpendiculară pe AB	2p
	$\triangle AOB$ este dreptunghic isoscel de bază AB , astfel mediana corespunzătoare bazei este și înălțime, deci dreapta ce trece prin O și prin mijlocul ipotenuzei este perpendiculară pe AB	1p
4.	a) $\triangle AEB$ este isoscel, $EN \perp AB$, deci EN este mediană, de unde rezultă că $AN = \frac{AB}{2} = 12$ cm $\triangle AMD$ este dreptunghic în M , $AM = \frac{AB - DC}{2} = 8$ cm, deci $DM = \sqrt{AD^2 - AM^2} = 6$ cm $\triangle AMD \sim \triangle ANE$, deci $\frac{DM}{EN} = \frac{AM}{AN}$, de unde obținem că $EN = 9$ cm	1p
	$\triangle AMD$ este dreptunghic în M , $AM = \frac{AB - DC}{2} = 8$ cm, deci $DM = \sqrt{AD^2 - AM^2} = 6$ cm	1p
	$\triangle AMD \sim \triangle ANE$, deci $\frac{DM}{EN} = \frac{AM}{AN}$, de unde obținem că $EN = 9$ cm	1p
	b) $\triangle MNG \equiv \triangle CTG$, unde $\{T\} = EN \cap DC$, și cum $TN = DM = 6$ cm, rezultă $GN = \frac{DM}{2} = 3$ cm, $GN = GT$ EN este înălțime în triunghiul isoscel AEB de bază AB , deci și mediană, iar $EN = 3GN$, rezultă că G este centrul de greutate al triunghiului AEB	1p
	EN este înălțime în triunghiul isoscel AEB de bază AB , deci și mediană, iar $EN = 3GN$, rezultă că G este centrul de greutate al triunghiului AEB	1p
5.	a) $\triangle ABC$ dreptunghic în A în care $\sphericalangle B = 30^\circ$, deci $BC = 2AC = 24$ cm și $AB = \sqrt{BC^2 - AC^2} = 12\sqrt{3}$ cm $A_{\triangle ABC} = \frac{AB \cdot AC}{2} = 72\sqrt{3}$ cm ²	1p
	$AB = \sqrt{BC^2 - AC^2} = 12\sqrt{3}$ cm	1p
	$A_{\triangle ABC} = \frac{AB \cdot AC}{2} = 72\sqrt{3}$ cm ²	1p
	b) În triunghiul ABC dreptunghic în A , $\sphericalangle ABC = 30^\circ$, deci $\sphericalangle ACB = 60^\circ$, dar $\sphericalangle ACB \equiv \sphericalangle DCP$, deci $\sphericalangle DCP = 60^\circ$, $DP \perp BC, P \in BC$ În triunghiul DPC dreptunghic în P , $\sin C = \frac{DP}{DC}$, de unde obținem $DP = 12 \cdot \sin 60^\circ = 6\sqrt{3}$ cm, deci distanța de la punctul D la dreapta BC este $DP = 6\sqrt{3}$ cm	1p
	În triunghiul DPC dreptunghic în P , $\sin C = \frac{DP}{DC}$, de unde obținem	2p
	$DP = 12 \cdot \sin 60^\circ = 6\sqrt{3}$ cm, deci distanța de la punctul D la dreapta BC este $DP = 6\sqrt{3}$ cm	2p
6.	a) Suma lungimilor tuturor muchiilor prisme este $S = 6AB + 3AA'$ Obținem $S = 6 \cdot 12 + 3 \cdot 12\sqrt{3} = 72 + 36\sqrt{3} = 36(2 + \sqrt{3})$ cm	1p
	Obținem $S = 6 \cdot 12 + 3 \cdot 12\sqrt{3} = 72 + 36\sqrt{3} = 36(2 + \sqrt{3})$ cm	1p
	b) $BC \subset (MBC)$, $B'C' \subset (MB'C')$, $BC \parallel B'C' \parallel MN$, unde $MN = (MBC) \cap (MB'C')$, $\{N\} = A'C \cap AC'$, și considerând P mijlocul lui MN rezultă $AP \perp MN$, $AP \subset (MB'C')$ și $A'P \perp MN$, $A'P \subset (MBC)$, deci $\sphericalangle((MBC), (MB'C')) = \sphericalangle(AP, A'P)$ $AQRA'$ dreptunghi, unde Q mijlocul lui BC și R mijlocul lui $B'C'$, și cum $AQ = \frac{AB\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3} = \frac{AA'}{2}$, deci $AA' > AQ$, rezultă că $\sphericalangle(AP, A'P) = \sphericalangle APQ$ ca unghi ascuțit	1p
	$AQ = \frac{AB\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3} = \frac{AA'}{2}$, deci $AA' > AQ$, rezultă că $\sphericalangle(AP, A'P) = \sphericalangle APQ$ ca unghi ascuțit	1p

<p>În triunghiul $A'AQ$ dreptunghic în A, mediana $AP = \frac{A'Q}{2} = 3\sqrt{15}$ cm, iar înălțimea</p> $AS = \frac{AA' \cdot AQ}{A'Q} = \frac{12\sqrt{3} \cdot 6\sqrt{3}}{6\sqrt{15}} = \frac{36\sqrt{15}}{15} = \frac{12\sqrt{15}}{5}$ cm, unde $AS \perp A'Q$, $S \in A'Q$, obținem din <p>triunghiul ASP dreptunghic în S că $\sin \sphericalangle(APQ) = \frac{AS}{AP} = \frac{4}{5}$, deci sinusul unghiului dintre</p> <p>planele (MBC) și $(MB'C')$ este $\frac{4}{5}$</p>	<p>1p</p>
---	------------------